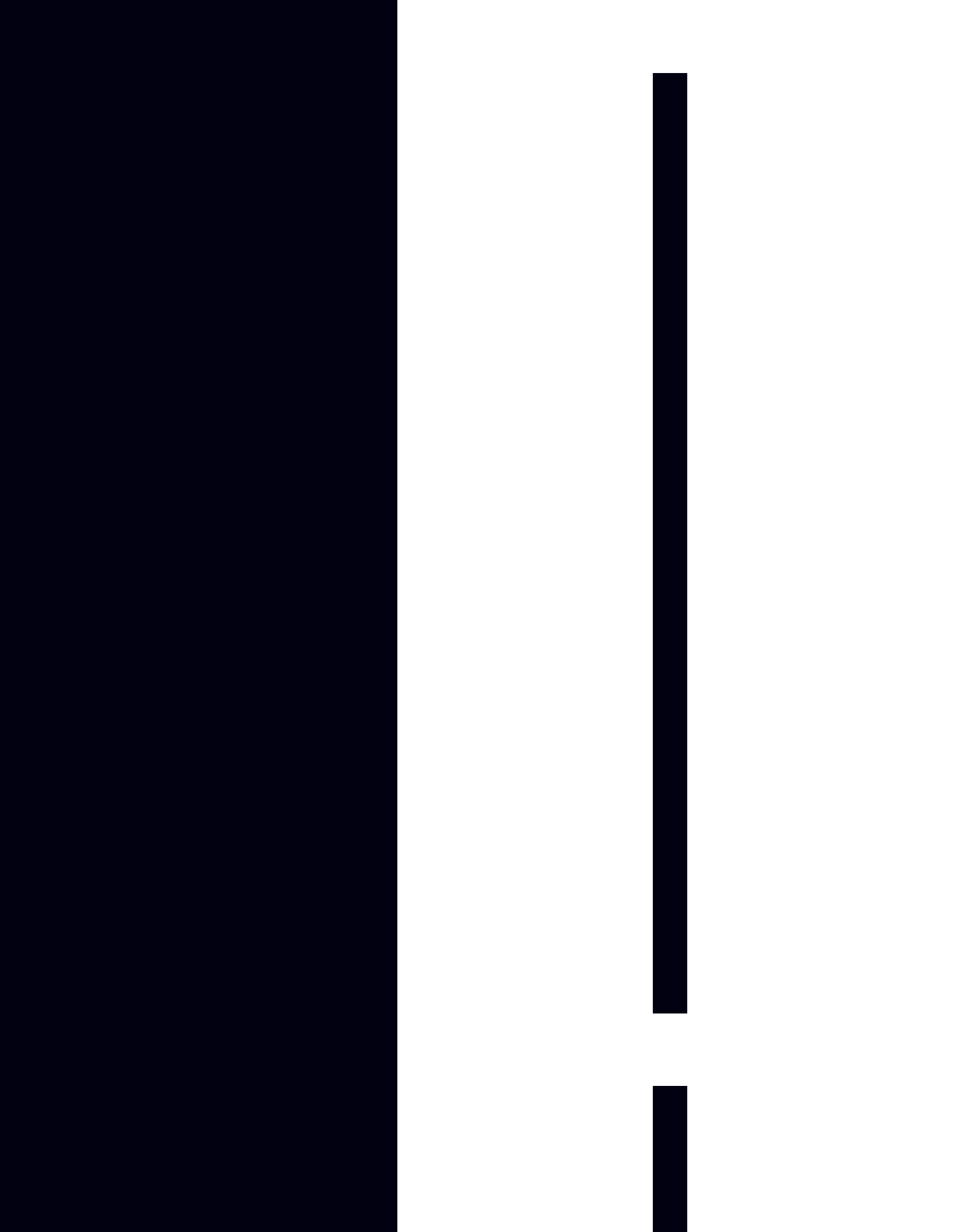


[complessità]

anno 17 numero **32** / 04.22

asimmetrie

rivista semestrale dell'Istituto
Nazionale di Fisica Nucleare



asimmetrie

Care lettrici e cari lettori,

Gli ambiti di applicazione della teoria della complessità, come vedrete nelle pagine di questo numero di *Asimmetrie*, sono molteplici e variegati: dai vetri di spin all'ottica non lineare, dai fenomeni collettivi all'economia, passando per il caos deterministico, le neuroscienze, la climatologia, le scienze della terra, l'epidemiologia e molto altro ancora.

La fisica delle interazioni fondamentali, la missione principale del nostro Istituto, non sembra particolarmente vicina a questi temi e, tuttavia, l'attività teorica sui sistemi complessi è presente da decenni nell'ambito dell'INFN. Questo in virtù di almeno due buoni motivi, ricordati anche da Giorgio Parisi (lui stesso, agli inizi, giovane ricercatore INFN) nel suo articolo di apertura. Innanzitutto, la fertilizzazione incrociata dei diversi ambiti della ricerca, che ha già mostrato in passato la sua efficacia: il bosone di Higgs, ad esempio, trova la sua origine teorica in idee sviluppate nell'ambito della fisica della materia condensata. Poi, la necessità di ampliare la "cassetta degli attrezzi" dei fisici teorici, che, se ricca a sufficienza, permette loro di affrontare problemi in campi molto diversi e di compiere scoperte inaspettate.

Ma non c'è solo la teoria: altre attività dell'INFN hanno un'intersezione con i sistemi complessi. Negli ultimi mesi siamo stati impegnati nell'elaborazione delle proposte dei progetti di ricerca finanziati dal PNRR: oltre ai progetti sulle infrastrutture di ricerca presenti e future (Einstein Telescope, EuPraxia, Km3Net,

Gran Sasso, LISA), siamo proponenti di un Centro nazionale di supercalcolo, con sede al Tecnopolo di Bologna, che prevede di dare supporto anche a tematiche di ricerca relative ai sistemi complessi. Inoltre, partecipiamo alla proposta di un partenariato esteso sugli aspetti fondazionali dell'intelligenza artificiale, la cui comprensione si avvale anche della teoria dei sistemi complessi, portando la nostra esperienza nel campo dei *big data*, dell'*imaging* in medicina e delle neuroscienze computazionali.

Concludo con due parole su una complessità di tipo diverso, quella dei nostri tempi. La guerra in Europa ha messo anche la nostra comunità di fronte a una crisi senza precedenti. I laboratori e le collaborazioni internazionali, che vedono la presenza di scienziati russi e ucraini, stanno provando ad affrontarla con soluzioni equilibrate e lungimiranti. La speranza è che presto il CERN, il JINR e gli altri centri di ricerca internazionali tornino a essere quello che SESAME è per il Medio Oriente: luoghi di incontro tra popoli che lavorano a un obiettivo comune e universale, il progresso della conoscenza.

Buona lettura.

Antonio Zoccoli
presidente Infn



asimmetrie

Rivista dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare

Registrazione del Tribunale di Roma numero 435/2005 del 8 novembre 2005. Rivista pubblicata da Infn.

Semestrale, anno 17, numero 32, aprile 2022

direttore editoriale

Antonio Zoccoli, *presidente Infn*

direttore responsabile

Catia Peduto

direttore comitato scientifico

Vincenzo Barone

comitato scientifico

Nicolao Fornengo
Giuliana Galati
Sandra Leone
Paolo Pani
Paolo Valente

redazione

Matteo Massicci

hanno collaborato

Guido Boffetta, Cecilia Collà-Ruvolo, Lucilla de Arcangelis, Carlo di Castro, Filippo Giorgi, Eugenio Lippiello, Marco Malvaldi, Enzo Marinari, Alessandro Nagar, Giorgio Parisi, Nicola Perra, Federico Ricci Tersenghi, Alessandro Treves, Massimiliano Viale, Angelo Vulpiani

contatti redazione

Infn Ufficio Comunicazione
Piazza dei Caprettari 70
I-00186 Roma
T +39 06 6868162
comunicazione@presid.infn.it
www.infn.it

impaginazione

Hylab

stampa

Tmb Stampa srl

su carta 100% riciclata
certificata FSC recycled
Recytl
240 - 130 g/m2
(per difficoltà di approvvigionamento dovute alla pandemia)

Tutti i diritti sono riservati. Nessuna parte della rivista può essere riprodotta, rielaborata o diffusa senza autorizzazione scritta dell'Infn, proprietario della pubblicazione.

Finita di stampare nel mese di aprile 2022.
Tiratura 23.000 copie.

come abbonarsi

L'abbonamento è gratuito.

Per abbonarsi compilare l'apposito form sul sito www.asimmetrie.it

In caso di problemi contattare la redazione all'indirizzo comunicazione@presid.infn.it

sito internet

Asimmetrie 32 e tutti i numeri precedenti della rivista sono disponibili anche online su www.asimmetrie.it

e-magazine

Asimmetrie è anche disponibile in versione digitale, ricca di ulteriori contenuti multimediali, come app di iOS e Android sull'Apple Store e nel Google Play Store.

crediti iconografici

Foto copertina ©Wai Yin Christiana Cheung/ EyeEm/ Getty Images // fig. p. 4 © George Ostertag/ Alamy Stock Photo // fig. b p. 6 © Dgmate / Dreamstime.com-Hylab/ Asimmetrie-INFN; figg. c,d,e,f, g pp. 7-10 © Hylab/ Asimmetrie-INFN // fig. a, b pp. 12,13 © Hylab/ Asimmetrie-INFN; foto c p. 14 © Laura Sbarbori/Nobel Prize Outreach; fig. d p. 15 © Hylab/ Asimmetrie-INFN // fig. p. 16 © r.classen/Shutterstock; figg. a,b pp. 17-18 © Hylab/ Asimmetrie-INFN // foto a p. 19 © CORBIS/Corbis via Getty Images; fig. b p. 20 © RodrigoLozano; fig. c p. 21 © Hylab/ Asimmetrie-INFN // foto a p. 22 ©Lino Mirgeler/dpa/Alamy Live News; fig. c p. 24 © Hylab/ Asimmetrie-INFN // foto a p. 25 ©Leonardo Andreoni/Asimmetrie-INFN; foto p. 26 © H. Werlé-ONERA; foto p. 27 ©TASS / Valery Khristoforov /Alamy Stock Photo // fig. a p. 28 © Hylab/ Asimmetrie-INFN; foto b1 p. 29 © J.Box/ Esa, foto b2 p.29 ©Nasa; fig. c p. 30 © Hylab/ Asimmetrie-INFN // figg. b,c pp. 32-33 © Hylab/ Asimmetrie-INFN // foto p. 34 © samuel wordley / Alamy Stock Photo; fig. b,c pp. 35-36 © Hylab/ Asimmetrie-INFN // foto a p. 37 © AIP Emilio Segrè Visual Archives, W. F. Meggers Gallery of Nobel Laureates Collection; fig. b p. 38 © Hylab/ Asimmetrie-INFN; foto c p. 39 © AIP Emilio Segrè Visual Archives, W. F. Meggers Gallery of Nobel Laureates Collection // fig. a p. 40 © Lebrecht Music & Arts / Alamy Foto Stock; foto p. 41 ©Pictorial Press Ltd / Alamy Stock Photo // foto p. 44 © r. classen/Shutterstock // fig. p. 46 © Stephen Conlin // fig. p. 48 ©Alessandro Nagar/ Asimmetrie-INFN.

Ci scusiamo se, per cause del tutto indipendenti dalla nostra volontà, avessimo ommesso o citato erroneamente alcune fonti.

as

32 / 04.22 [complessità]

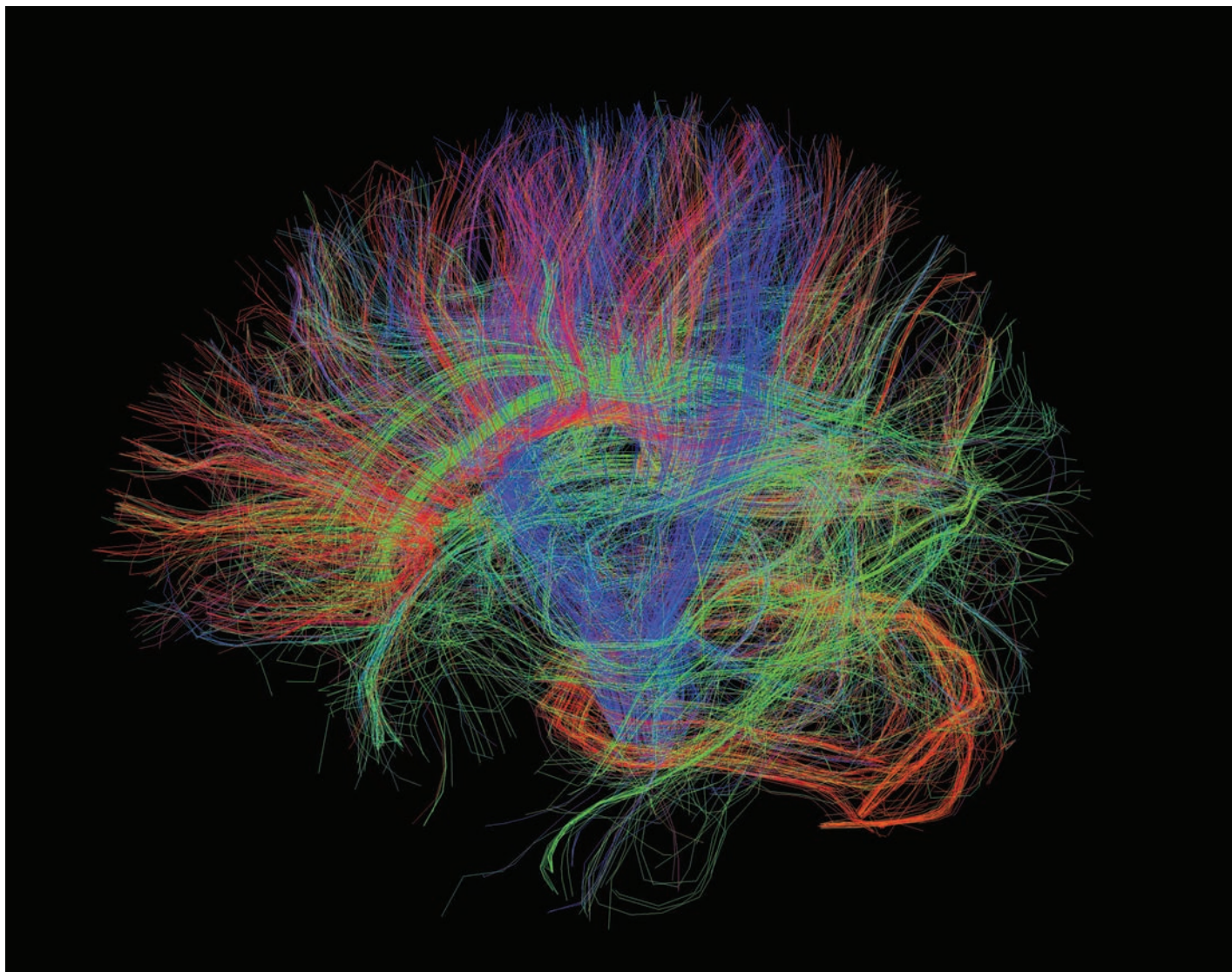
Un mondo diverso di Giorgio Parisi	4	[as] radici Il tutto e le parti di Carlo Di Castro	37
Il bello della frustrazione di Enzo Marinari e Federico Ricci Tersenghi	12	[as] intersezioni Il seme del caos di Marco Malvaldi	40
Storni di storni di Massimiliano Viale	16	[as] riflessi Il lato complesso dell'economia di Matteo Massicci	42
L'archetipo della complessità di Alessandro Treves	19	[as] traiettorie Il disordine che non guasta di Giuliana Galati	44
Dalla farfalla al tornado di Angelo Vulpiani	22	[as] lampi	46
Presi in un vortice di Guido Boffetta	25	[as] spazi DarkSchool di Cecilia Collà-Ruvolo	47
Questione di gradi di Filippo Giorgi	28	[as] segni	48
Faglie e terremoti di Lucilla de Arcangelis ed Eugenio Lippiello	31		
Dove va questo virus? di Nicola Perra	34		



Un mondo diverso

La fisica dei sistemi complessi

di Giorgio Parisi



“Tutti i sistemi semplici sono semplici allo stesso modo; ogni sistema complesso è complesso a modo suo”. La varietà è forse l’aspetto più evidente del mondo dei sistemi complessi (e mi sono permesso di parafrasare Tolstoj per ricordarlo). Ma dietro di essa ci sono alcune importanti caratteristiche comuni, ed è su queste che vorrei soffermarmi. Che cos’è dunque un sistema “complesso” e in che cosa differisce da un sistema “semplice”? Va detto che non esiste una definizione canonica di “complessità”, capace di afferrare tutte le sfumature del termine e unanimemente condivisa. Inoltre, quando un termine del linguaggio comune passa nel linguaggio scientifico, c’è sempre il pericolo di un fraintendimento. Cominciamo con il precisare allora che “complesso” non va inteso come un sinonimo di “complicato”. Un aereo, per esempio, è un oggetto certamente complicato, costituito da centinaia di migliaia di componenti, ma non per questo è un sistema complesso: il suo funzionamento interno e il suo moto possono essere descritti sulla base di poche grandezze e di semplici leggi. Un altro esempio: il sistema nervoso degli insetti si ripete identicamente in tutti gli esemplari di una data specie, è stato selezionato dalla natura per svolgere certe funzioni e ha una limitata capacità di apprendimento. È un sistema sicuramente complicato, ma la sua rigidità non lo rende particolarmente complesso. Il nostro sistema nervoso è invece l’archetipo

a.
Architettura dell’insieme delle fibre nervose cerebrali (sostanza bianca) misurata con una tecnica di *imaging* a risonanza magnetica in grado di individuare l’orientamento delle fibre, identificato attraverso il seguente codice colore: rosso = sinistra-destra, verde = anteriore-posteriore, blu = trasversale al tronco cerebrale.

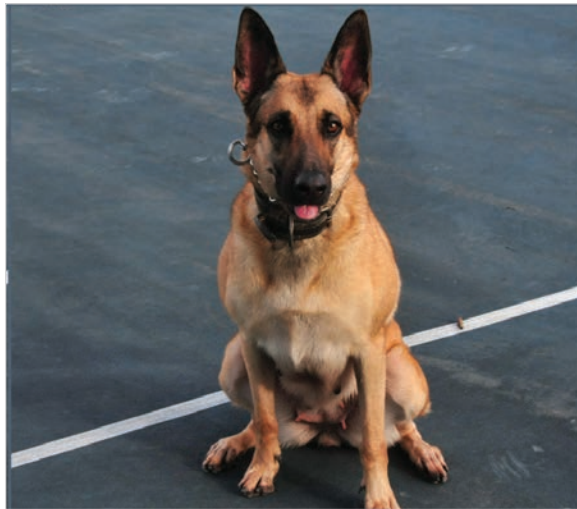
della complessità: le sue connessioni sono almeno in parte casuali e non sono ottimizzate in partenza per svolgere tutti i compiti. Hanno una grande capacità di cambiare e di adattarsi imparando dall'esperienza.

Questo mi porta alla definizione operativa di sistema complesso che preferisco (e che mi riservo di precisare meglio più avanti): un sistema complesso è un sistema del quale si può parlare a lungo. In altri termini, più cose possiamo dire sul comportamento di un sistema, più ricco è il linguaggio da usare, più variegata è la sua descrizione, maggiore è la complessità del sistema.

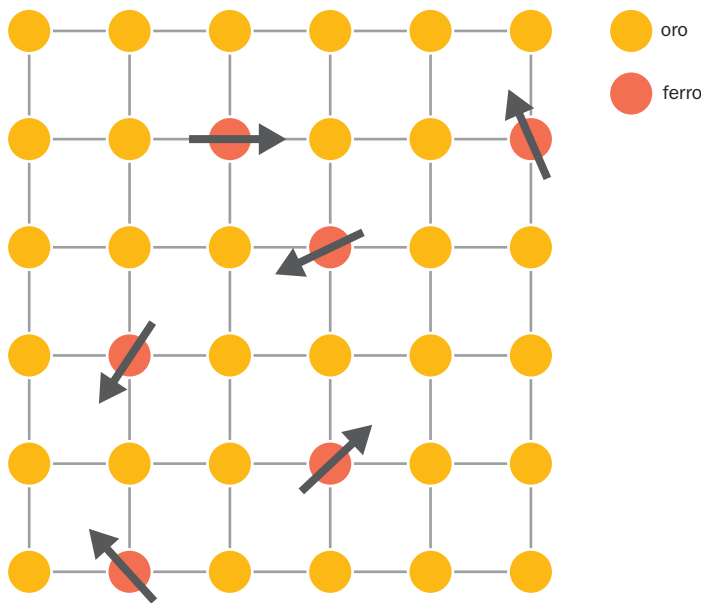
Consideriamo un bicchiere d'acqua. Una volta specificate la temperatura e

la pressione dell'acqua, in genere non rimane altro da dire (salvo in particolari situazioni, in cui due fasi – liquido e gas, solido e liquido – coesistono). È inutile specificare le posizioni e le velocità di tutte le molecole di acqua presenti nel bicchiere, perché lo stato macroscopico del sistema – che è unico – è determinato solo dalla temperatura e dalla pressione.

Un bicchiere d'acqua è un sistema semplice. Che dire invece di un cane? Siamo certamente d'accordo sul fatto che la sua descrizione è ben più ricca: un cane può correre, dormire, abbaiare, stare seduto, scodinzolare, saltare, ecc.; manifesta molteplici comportamenti e può passare rapidamente da uno all'altro. È questo che lo rende un sistema



b.
Alcuni degli innumerevoli
stati che può assumere il
sistema complesso cane.



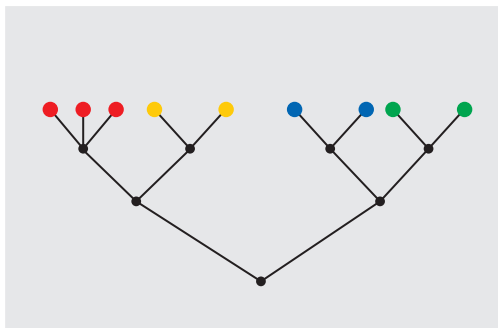
complesso. O ancora, confrontiamo un cristallo con un vetro: mentre il cristallo ha una cella elementare che si ripete, uguale a se stessa, ed è caratterizzato da pochi parametri, un vetro è un sistema disordinato costituito da atomi diversi che possono trovarsi in un numero enorme di configurazioni differenti. Lo stesso possiamo dire degli eteropolimeri biologici (proteine, RNA, DNA), che possono esistere in moltissimi stati diversi di ripiegamento, e passare repentinamente dall'uno all'altro.

Posso dunque riformulare, in maniera più esplicita, la mia definizione di complessità, dicendo che un sistema complesso è caratterizzato dal fatto di poter esistere in tanti stati macroscopici, tutti rilevanti, e di poter passare velocemente da uno stato a un altro. Proprio per questo è impossibile prevedere in modo esatto il comportamento macroscopico di questi sistemi. Bisogna ricorrere alla meccanica statistica, che permette di ottenere previsioni probabilistiche, rinunciando alla possibilità di calcolare ogni singolo stato del sistema. L'idea e i concetti di base risalgono a Ludwig Boltzmann, ma va notato che c'è una differenza tra le previsioni statistiche nel campo della fisica della complessità e quelle della meccanica statistica ordinaria. Mentre in quest'ultima un sistema si trova in genere

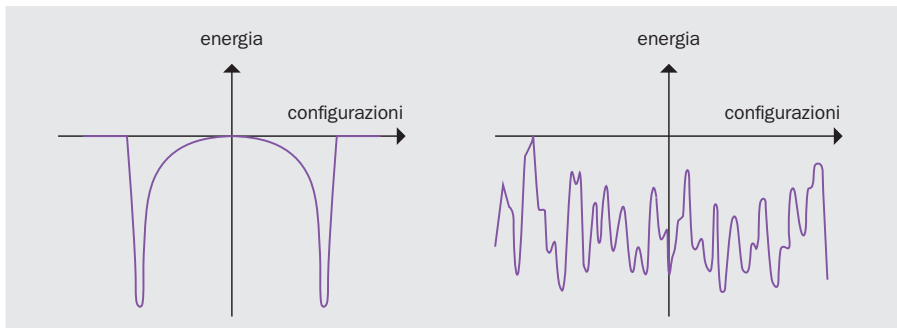
in un determinato macrostato, e si calcola la distribuzione di probabilità delle molte diverse realizzazioni microscopiche (cioè a livello atomico) di quel macrostato, nella meccanica statistica dei sistemi complessi si calcola la probabilità di avere certi macrostati e si determinano le relazioni tra di essi (o altre quantità, come il tempo medio che un sistema passa in un certo macrostato).

L'esempio canonico di sistema complesso è rappresentato dai vetri di spin. Si tratta di sistemi magnetici disordinati, in cui gli spin – i momenti magnetici elementari – sono legati da accoppiamenti in competizione tra loro, e non “sanno” se puntare verso l'alto o verso il basso per minimizzare l'energia (un fenomeno chiamato “frustrazione”). Lo studio di questi sistemi cominciò negli anni '70 sulla scia di alcuni risultati sperimentali riguardanti leghe diluite di ferro in oro. In un materiale puramente (o prevalentemente) ferroso, gli spin interagirebbero disponendosi parallelamente e con lo stesso verso (è il cosiddetto “ferromagnetismo”). Ma se il ferro è presente solo in una piccola percentuale, le cose cambiano. L'idea iniziale in effetti era di vedere come si comportano i singoli spin di una sostanza magnetica come il ferro quando sono disseminati in una matrice non magnetica. Ci si aspettava che gli

c.
Un vetro di spin è un sistema diluito di atomi magnetici (per esempio, di ferro, in rosso) in una matrice non magnetica (per esempio, d'oro, in giallo).



d. L'albero ultrametrico è un modo per visualizzare la gerarchia dei gradi di somiglianza tra gli stati di un vetro di spin (rappresentati dai pallini colorati). Se la sovrapposizione tra coppie di stati dello stesso colore ha un certo valore, la sovrapposizione tra stati giallo e rosso, o blu e verde, ha un valore più piccolo, e quella tra ognuno degli stati a sinistra e ognuno degli stati a destra ha un valore ancora più piccolo. Il grado di somiglianza tra due stati dipende da quanto bisogna andare a fondo lungo l'albero per trovare un nodo (pallino nero) che li connette.



e. Mentre un sistema ferromagnetico (a sinistra), al di sotto della temperatura critica, ha due stati di equilibrio (cioè di minima energia), corrispondenti agli spin allineati in su o in giù, un vetro di spin (a destra) ha un gran numero di stati di equilibrio (i minimi del suo grafico di energia).

spin non fossero in grado di allinearsi tutti nella stessa direzione, ma si scoprì che abbassando la temperatura avveniva una transizione di fase verso una strana forma di ordinamento. Quello che succede è che, sebbene gli atomi del ferro siano abbastanza lontani l'uno dall'altro, rimane tra di essi un'interazione residua propagata dagli elettroni dell'oro, ed è questa interazione la responsabile della transizione di fase osservata.

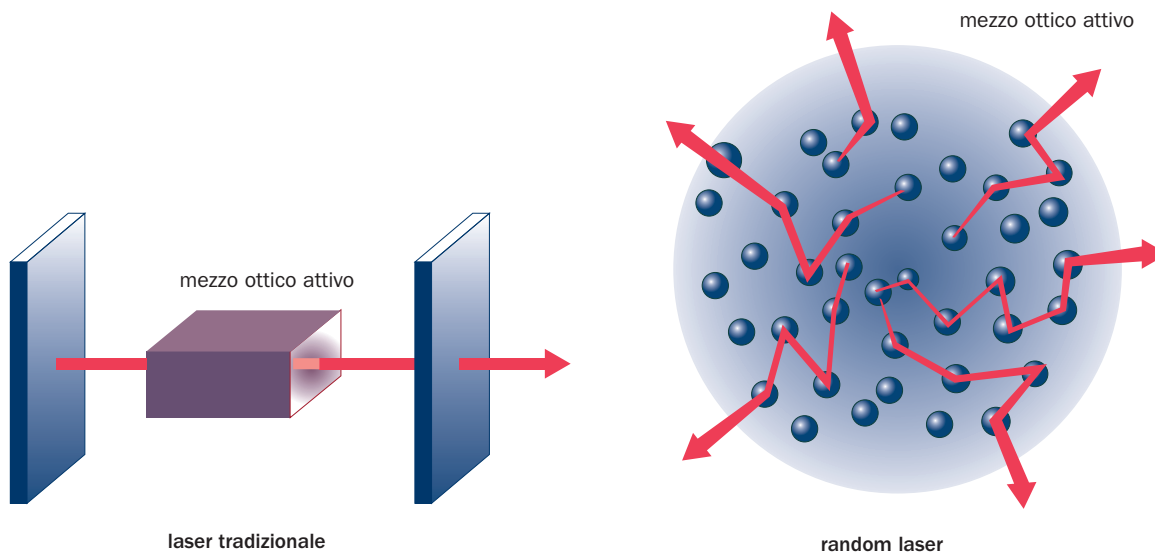
Per studiare questo sistema, Philip Anderson e Sam Edwards, in un celebre lavoro del 1975, usarono il cosiddetto "trucco" delle repliche: un metodo consistente nell'introdurre tante copie ("repliche") del sistema e nel fare calcoli di meccanica statistica su questo insieme di copie. In alcuni casi, però, il metodo delle repliche forniva risultati fisicamente inammissibili. Inoltre, si scoprì che le repliche non erano davvero equivalenti: non tutte le coppie di repliche fornivano le stesse correlazioni tra gli spin. C'era dunque una rottura della simmetria delle repliche, ma non si capiva come tale rottura si realizzasse.

Questo era lo stato delle cose quando cominciai a occuparmi del problema, non per un interesse specifico nella fisica dei vetri di spin, ma abbastanza per caso, provenendo dalla fisica delle alte energie. Mi sembrava che il fatto che un metodo teorico largamente usato non funzionasse fosse una questione da chiarire e da risolvere. La soluzione stava nel fatto che un vetro di spin non ha un unico stato di equilibrio: ne ha moltissimi, con un grafico di energia estremamente frastagliato. Ogni minimo di questo grafico corrisponde a un possibile stato termodinamico del sistema, e si può introdurre un

parametro che misura il grado di sovrapposizione (cioè di somiglianza) tra gli stati. La cosa interessante è che in base a questo parametro e a una proprietà matematica insospettata, la cosiddetta "ultrametricità", gli stati possono essere organizzati in modo gerarchico. La descrizione che ne consegue spiega le proprietà dei vetri di spin osservate, eliminando le incoerenze dei vecchi modelli.

Un aspetto importante della ricerca sui vetri di spin che vorrei sottolineare è lo stretto rapporto tra teoria ed esperimento. Certo, non sempre le caratteristiche cruciali dal punto di vista teorico sono anche quelle più accessibili sperimentalmente. Gli esperimenti sui vetri di spin si sono concentrati sulla misura della magnetizzazione del campione, soggetto a variazioni del campo magnetico applicato e della temperatura. Altre grandezze, come per esempio il calore specifico, sono molto più difficili da misurare. Un ruolo cruciale – di ponte tra teoria ed esperimento – è svolto attualmente dalle simulazioni numeriche. Di recente sono stati costruiti dei computer dedicati che permettono di studiare la dinamica di sistemi abbastanza macroscopici – costituiti da un numero di spin dell'ordine di un milione – su tempi di qualche frazione di secondo. In questo modo è possibile vedere quello che succede a ogni singolo spin e confrontare i risultati delle simulazioni con la trattazione teorica del sistema, che è di natura statistica, e con i dati sperimentali. C'è solo ancora un piccolo divario che va superato, perché gli esperimenti avvengono su scale temporali di decine di secondi, un ordine di grandezza superiori a quelle delle simulazioni.

Al di là del loro interesse intrinseco, i vetri di spin



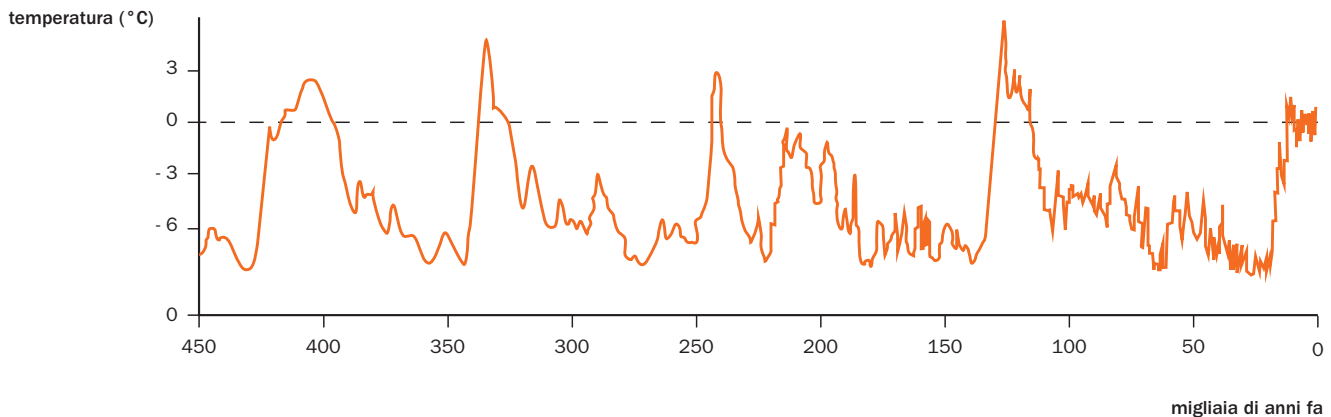
sono un modello per molti altri sistemi, di natura diversa, ma soggetti a dinamiche simili. Esempio tipico sono i vetri strutturali: li si può modellizzare come insiemi di sfere dure, di diametro diverso, soggette ad alte pressioni. Le equazioni sono del tutto analoghe a quelle dei vetri di spin (pressione e distanza tra le sfere prendono il posto del campo magnetico e della magnetizzazione). Un altro sistema di grande interesse teorico e sperimentale è rappresentato dai “*random laser*”, in cui avviene un’emissione stimolata di radiazione da parte di sistemi disordinati (in questo caso la molteplicità degli stati corrisponde a una molteplicità di spettri di emissione, ognuno dei quali definisce una replica). Grazie al lavoro di un gruppo di ricercatori italiani (di Roma, Lecce e Bologna), i *random laser* hanno di recente fornito la prima verifica diretta del meccanismo di rottura della simmetria delle repliche.

C’è un’altra caratteristica distintiva della complessità, su cui vorrei soffermarmi, strettamente legata a quella di cui ho parlato finora. Un sistema complesso è tale che piccoli cambiamenti nella sua dinamica lo fanno passare in uno stato completamente diverso. Questo è un tipico comportamento “caotico”: in senso stretto, i sistemi caotici sono caratterizzati da una forte dipendenza dalle condizioni iniziali. Se queste variano anche di poco,

le traiettorie, dopo un certo tempo, saranno completamente differenti. I sistemi complessi si comportano in modo analogo: piccolissime perturbazioni hanno grandi effetti sui loro macrostati. Nel caso dei vetri di spin, per esempio, la fase ordinata può essere estremamente sensibile rispetto alla temperatura, e piccole variazioni di questa possono portare a notevoli cambiamenti macroscopici.

Un sorprendente meccanismo di amplificazione dell’input si ha anche nella cosiddetta risonanza stocastica. È il fenomeno che si osserva in alcuni sistemi non lineari caratterizzati da una frequenza caratteristica, quando la presenza di una determinata quantità di rumore produce un’amplificazione del segnale (in altri termini, nella giusta dose, il rumore può esaltare un segnale, invece che coprirlo). Il fenomeno è stato teorizzato per la prima volta all’inizio degli anni ’80 per spiegare un apparente paradosso climatologico. I dati paleoclimatici mostrano che nel corso della storia del nostro pianeta si sono succedute, con un periodo di circa 100.000 anni, delle variazioni di temperatura dell’ordine di 10 °C. Queste variazioni sono correlate con il flusso di energia proveniente dal Sole, che, a causa dell’eccentricità dell’orbita terrestre, ha cicli con un periodo simile (i cosiddetti “cicli di

f.
La differenza tra un laser tradizionale e un *random laser* è che in quest’ultimo il mezzo ottico attivo è un sistema disordinato.



Milanković”). Il problema, però, è che le variazioni dell’energia solare sono troppo piccole per spiegare i cambiamenti di temperatura osservati. Qui entra in gioco la risonanza stocastica. Le dinamiche dell’oceano e dell’atmosfera, che hanno periodi molto più brevi, e che possiamo considerare come un rumore, combinate con i cambiamenti periodici del flusso di energia solare, inducono grandi variazioni della temperatura globale.

Al di là delle applicazioni in climatologia, nel corso degli anni si è capito che la risonanza stocastica è un fenomeno generale, del quale sono state trovate centinaia di manifestazioni e applicazioni (dall’ottica alla chimica, dalla biologia all’economia finanziaria). Una delle più divertenti riguarda una specie di gambero d’acqua dolce, il *Procambarus clarkii*, che possiede un sistema di recettori in grado di rivelare, mediante il meccanismo della risonanza stocastica, i deboli movimenti d’acqua prodotti dall’avvicinarsi di un predatore.

Tutte queste intersezioni tra diversi ambiti fenomenologici ci fanno capire che uno degli insegnamenti della fisica della complessità è l’importanza della fertilizzazione incrociata dei campi di ricerca, anche apparentemente lontani tra loro. Negli anni ’60 e ’70 gli scambi tra la fisica della materia condensata e la fisica delle alte energie furono importantissimi, e io stesso mi sono

avvicinato al metodo delle repliche spinto dalla necessità di risolvere un problema di cromodinamica quantistica, la teoria delle interazioni forti. Furono Gianni Jona-Lasinio e Yoichiro Nambu, nel 1961, a elaborare per la prima volta un modello di fisica delle particelle prendendo a prestito le idee della teoria della superconduttività. Lo stesso Jona-Lasinio ha poi fatto, con Carlo Di Castro, il percorso inverso, applicando alle transizioni di fase le idee del gruppo di rinormalizzazione sviluppate nell’ambito della teoria quantistica dei campi. Questi scambi fecondi sono possibili, perché talvolta le stesse equazioni matematiche descrivono sistemi diversi, cosicché è possibile trasferire da un campo all’altro le tecniche, i risultati e le idee. È ciò che succede nella fisica della complessità: le ricerche sui vetri di spin, in particolare, hanno avuto ripercussioni in numerosissimi ambiti, che spaziano dalla materia granulare all’ottica non lineare, dai fenomeni collettivi alla turbolenza. Il mondo dei sistemi complessi, come abbiamo visto, è alquanto diverso da quello dei sistemi tradizionalmente studiati dalla fisica fondamentale. Dobbiamo dunque pensare alla complessità come a un paradigma alternativo? Non la vedo così. Credo piuttosto nell’importanza, per un fisico teorico, di avere una ricca “cassetta degli attrezzi”. Feynman raccontava

g.
Il grafico della temperatura media della superficie terrestre negli ultimi 400.000 anni mostra cicli di variazioni di 10 °C ogni 100.000 anni circa. (dati EPICA)



(in “Sta scherzando, Mr. Feynman!”) di aver spesso stupito i suoi compagni di università calcolando certi integrali che loro non erano in grado di calcolare: la ragione è che mentre i suoi amici applicavano senza successo tutti i metodi di calcolo canonici, lui aveva scoperto da qualche parte una tecnica poco nota, ma efficace. “Mi consideravano imbattibile – ricordava – perché la mia cassetta degli attrezzi era diversa dalla loro”.

La cassetta degli attrezzi di un fisico teorico contiene non solo tecniche matematiche, ma anche modellizzazioni, meccanismi, modi di vedere le cose. In questo senso, la scienza della complessità ha straordinariamente arricchito il bagaglio di cui il fisico si serve per descrivere e spiegare il mondo. E – cosa ancora più importante – ha ampliato, in direzioni inaspettate, il nostro sguardo sulla realtà.

h.
Gambero della
Louisiana
(*Procambarus
clarkii*).

Biografia

Giorgio Parisi è professore emerito di fisica teorica alla Sapienza Università di Roma e vicepresidente dell'Accademia dei Lincei (di cui è stato presidente dal 2018 al 2021). Nel 2021 è stato insignito del Premio Nobel per la fisica per i suoi studi sui sistemi complessi.

10.23801/asimmetrie.2022.32.1

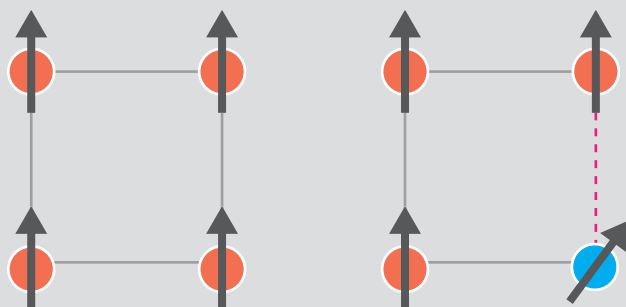
Il bello della frustrazione

Lo strano caso dei vetri di spin

di Enzo Marinari e Federico Ricci Tersenghi

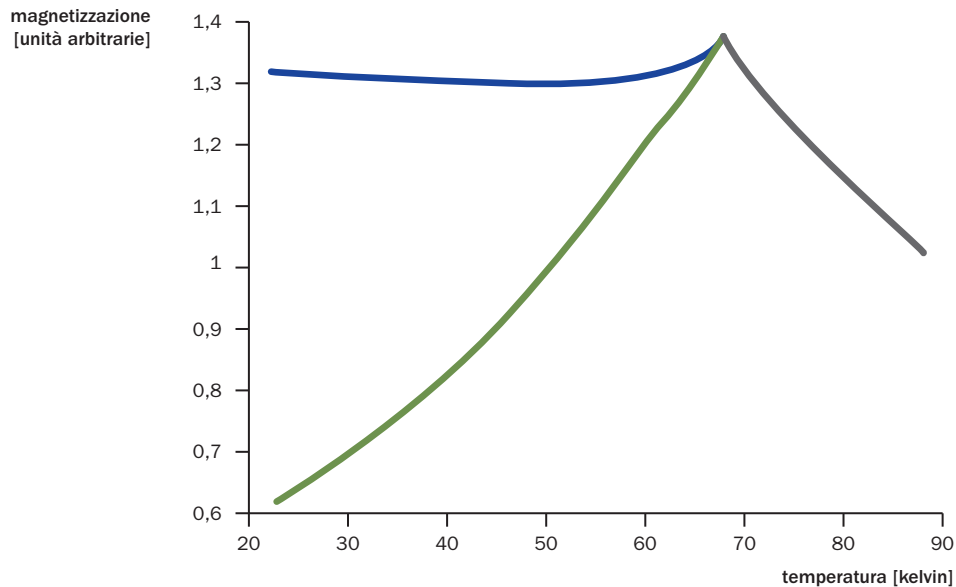
Quando magnetizziamo un pezzo di ferro, ciò che succede a livello microscopico è che i suoi magnetini elementari, gli “spin”, tendono ad allinearsi, cioè a disporsi parallelamente l'uno all'altro con lo stesso verso. Questo ordine si mantiene anche quando il campo magnetico viene spento, e scompare solo al di sopra di una certa temperatura critica, a causa dell'agitazione termica. È il fenomeno noto come “ferromagnetismo”. Ma ci sono alcuni materiali ferrosi per i quali le cose vanno diversamente. Si tratta dei “vetri di spin” (o “*spin glass*”), sistemi magnetici in cui le interazioni tra gli spin sono in competizione tra loro, a causa della presenza di una qualche forma di disordine strutturale (vd. fig. a). A causa di questa competizione (in gergo tecnico si parla di “frustrazione”), i vetri di spin non presentano a bassa temperatura l'usuale ordine ferromagnetico a lungo raggio: gli spin si “congelano” in direzioni apparentemente casuali e danno vita a un nuovo tipo di ordine a lungo raggio, chiamato “ordine di *spin glass*”.

Proprio la natura particolare di questa nuova fase ha reso complicato identificarne chiaramente l'esistenza. Nei primi anni '70, uno degli esperimenti chiave studiò la risposta di un vetro di spin a un debole campo magnetico, misurando la “susceptività magnetica” (una grandezza che quantifica il grado di allineamento degli spin del materiale a un campo magnetico) in due modi diversi (vd. fig. b). In un caso il campione viene raffreddato in assenza di campo magnetico, quindi il campo viene acceso e la susceptività magnetica viene misurata mentre il campione è lentamente riscaldato. Nel secondo caso, il campione viene direttamente raffreddato in presenza dello stesso campo magnetico. Sorprendentemente, a basse temperature si misurano delle curve di risposta totalmente differenti. In fase di *spin glass*, quindi, il sistema risponde diversamente allo stesso campo magnetico applicato secondo protocolli differenti. Questa è stata la prima importante evidenza sperimentale del fatto che i vetri di spin possono avere molti possibili stati termodinamici, separati da alte barriere di energia libera che non permettono un rapido rilassamento verso lo stato di equilibrio.



a.

Mentre in un ferromagnete (a sinistra) gli spin (rappresentati da freccette) si dispongono parallelamente nello stesso verso, in un vetro di spin (a destra) si ha un fenomeno di frustrazione: lo spin azzurro non sa come disporsi, essendo soggetto ad accoppiamenti ferromagnetici (linee grigie), che lo indurrebbero ad allinearsi nello stesso verso dei suoi vicini, e ad accoppiamenti antiferromagnetici (linea tratteggiata rosa), che lo indurrebbero ad allinearsi in verso opposto.



Le caratteristiche peculiari dei vetri di spin hanno da subito affascinato i fisici teorici, spingendoli a costruire modelli per comprendere a fondo la fase di *spin glass* a bassa temperatura.

Il modello più affermato è quello introdotto nel 1975 da Sam Edwards e Philip Anderson, in cui degli spin che possono assumere solo i valori binari $+1$ e -1 (detti “spin di Ising”), disposti su un semplice reticolo cubico, interagiscono tramite accoppiamenti casuali tra spin primi vicini. L’aleatorietà del segno nelle interazioni genera la frustrazione, che a sua volta produce un ordine di *spin glass* a basse temperature, al di sotto di una temperatura critica. La presenza di quest’ordine non è evidente: anche se si guarda la configurazione dello stato fondamentale non è facile capire che esiste un ordine a lungo raggio. Una soluzione (nella cosiddetta “approssimazione di campo medio”) del modello di Edwards-Anderson fu proposta poco dopo da David Sherrington e Scott Kirkpatrick, con quello che oggi è universalmente noto come modello SK, in cui tutti gli spin di Ising interagiscono fra di loro, con accoppiamenti a raggio infinito fissati aleatoriamente. Il metodo adottato per risolvere questi modelli era quello delle “repliche”, consistente nello studiare statisticamente un insieme di tante (al limite infinite) copie fittizie del sistema. Purtroppo, la soluzione di Sherrington e Kirkpatrick (trovata assumendo che le repliche fossero tutte equivalenti)

risultava non fisicamente accettabile, e fu subito chiaro che si poneva un profondo problema teorico. Una possibile soluzione era che la simmetria tra le repliche (introdotte come espediente matematico per fare i calcoli e senza ancora alcun significato fisico) dovesse essere rotta. Furono fatti diversi tentativi in tal senso, ma la vera soluzione rivoluzionaria fu quella proposta alla fine degli anni '70 da Giorgio Parisi, in cui la simmetria tra le repliche è rotta più volte in modo gerarchico. Possiamo immaginare che ogni replica finisca in uno dei tanti minimi di energia del sistema. Misurando la “vicinanza” tra coppie di repliche si scopre che per basse temperature le repliche non si dispongono tutte alla stessa distanza, ma seguendo una particolare distribuzione di probabilità. Questo risultato chiarisce che il modello SK ha un’infinità di stati termodinamici nella fase di *spin glass*, distribuiti in modo complesso, e il parametro d’ordine non è un semplice numero, bensì l’intera distribuzione di probabilità della distanza tra repliche diverse.

L’esistenza di molti stati termodinamici nella fase di *spin glass* implica che protocolli diversi di preparazione del sistema portano a forme diverse della suscettività magnetica, come già notato nei primi esperimenti. Se, ad esempio, si raffredda un vetro di spin sotto la temperatura critica senza campo magnetico e poi si accende il campo, il sistema non può uscire dallo stato in

b.

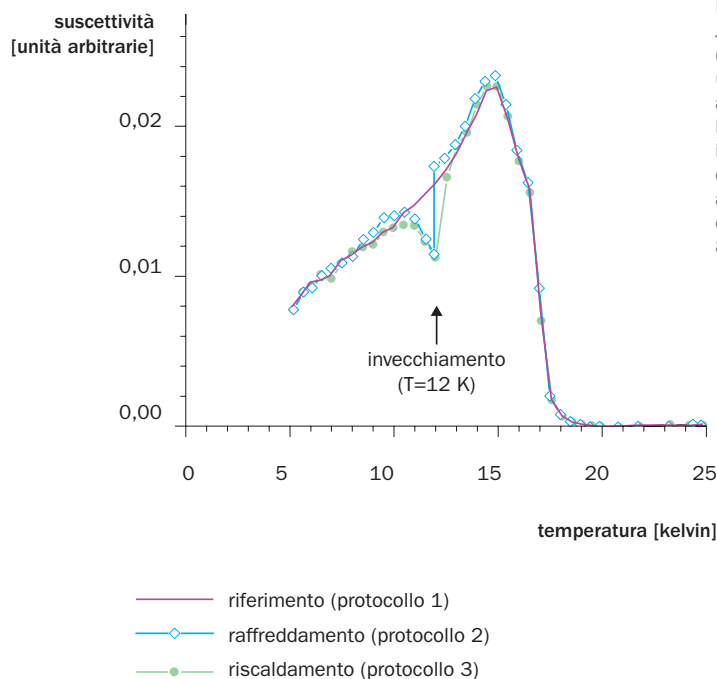
La risposta di un vetro di spin in funzione della temperatura, misurata dalla magnetizzazione (sull’asse verticale, in unità arbitrarie) dipende dalla presenza (curva blu) o meno (curva verde) di un campo magnetico (nel primo caso, la curva è quasi piatta a basse temperature).

cui si trova e quindi non modifica il suo stato termodinamico globale. Se invece il sistema viene raffreddato in presenza del campo magnetico, gli sarà più facile raggiungere l'equilibrio termodinamico. L'andamento con la temperatura della suscettività in questi due casi calcolata nel modello SK con la soluzione di Parisi risulta simile a quanto ottenuto con le misure sperimentali (vd. fig. b). Proprio negli ultimi due o tre anni una terza generazione di esperimenti sta fornendo risultati ancora più interessanti. Un primo esperimento cruciale è stato quello di Kristian Jonason e collaboratori nel 1998, in cui si studiava la risposta di un vetro di spin in funzione della temperatura, attorno alla temperatura critica di 16,7 K, al di sotto della quale si ha una fase vetrosa di *spin glass* (vd. fig. d). La misura è stata fatta seguendo tre diversi protocolli. Nel primo ("riferimento") il sistema viene riscaldato (dopo un

raffreddamento effettuato nello stesso modo) dalla temperatura di 5 K, ben al di sotto della temperatura critica del sistema, fino a un valore vicino ai 25 K, con una variazione costante di temperatura di 0,1 K al minuto. In un secondo caso, la misura si effettua anche durante il raffreddamento del sistema, con una sola cruciale differenza: nel raffreddamento il sistema viene tenuto per sette ore a una temperatura intermedia uguale a 12 K. Durante queste sette ore la risposta fuori fase del sistema scende sostanzialmente. Questo mostra che il sistema è in effetti fuori dall'equilibrio e sta "invecchiando" (*ageing*). Dopo la lunga sosta a 12 K il protocollo riprende come nel caso precedente. Sorprendentemente, dopo un ulteriore raffreddamento il sistema ritorna rapidamente sulla curva ottenuta con il protocollo senza arresto: l'effetto dell'*ageing* viene completamente perso

C.
Giorgio Parisi durante la cerimonia di consegna del premio Nobel che, a causa della pandemia, si è svolta nell'Aula Magna della Sapienza Università di Roma il 6 dicembre scorso.





d.
L'esperimento di Kristian Jonason e collaboratori (1998): la risposta di un vetro di spin attorno alla temperatura critica ha memoria delle interazioni precedenti del sistema. (Figura adattata da K. Jonason et al., Phys. Rev. Lett., 81 (1998) 3243)

quando il sistema cambia anche di poco la temperatura. Questo dimostra che nella fase vetrosa gli stati del sistema a un dato valore della temperatura sono microscopicamente molto diversi da quelli che appaiono all'equilibrio. Infine, nel terzo protocollo la temperatura viene fatta risalire, dopo la discesa fatta con il protocollo con *ageing*, ma senza arresto a 12 K. Nonostante non ci sia nessuna fermata, la risposta crolla bruscamente proprio vicino a quella temperatura. In altri termini, il sistema ha memoria del protocollo che era stato usato per raffreddarlo! Un'altra serie di risultati riveste a sua volta una grande importanza, ed è rilevante anche perché un nuovo approccio sperimentale è stato in questo caso indirizzato da simulazioni numeriche. Si raffredda un campione di vetro di spin sotto la temperatura critica, si aspetta un certo tempo, si spegne il campo magnetico e infine si misura il decadimento della magnetizzazione. La funzione di risposta presenta un picco a tempi macroscopicamente lunghi, che diminuiscono al crescere del campo magnetico applicato e

possono essere messi in relazione con la lunghezza caratteristica microscopica che governa il comportamento collettivo degli spin del sistema nella fase di bassa temperatura. Il fatto che i picchi siano visibili a tempi macroscopici è una precisa evidenza sperimentale dell'esistenza di un comportamento collettivo. La possibilità di misurare sperimentalmente una lunghezza di correlazione microscopica è un fatto estremamente nuovo e un risultato di notevole rilevanza.

La fisica dei vetri di spin è un campo di ricerca estremamente vivace e ricco di sorprese. Le scoperte negli ultimi anni procedono spedite, sia dal punto di vista sperimentale, con le recenti analisi di sistemi monocristallini e di film di vetri di spin quasi bidimensionali, sia sul fronte teorico, con le simulazioni su grande scala del supercomputer Janus, l'analisi di nuove leggi di scala e i nuovi passi teorici e numerici verso la comprensione di quello che viene chiamato "caos in temperatura", cioè l'estrema sensibilità dei vetri di spin a piccole variazioni di temperatura.

Biografia

Enzo Marinari è professore ordinario di fisica teorica presso il Dipartimento di Fisica della Sapienza Università di Roma. La sua ricerca è focalizzata sullo studio della meccanica statistica dei sistemi disordinati e complessi, con applicazioni, fra l'altro, a sistemi di interesse biologico e a reti neurali.

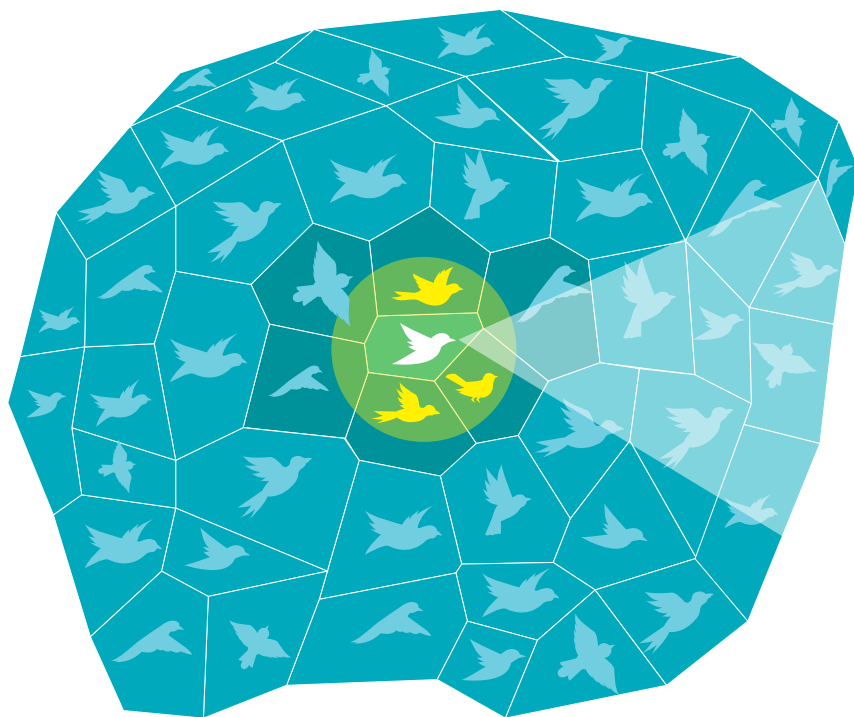
Federico Ricci Tersenghi è professore ordinario di fisica teorica presso il Dipartimento di Fisica della Sapienza Università di Roma. I suoi interessi di ricerca spaziano dalla fisica dei sistemi disordinati e complessi alle simulazioni numeriche su grande scala, con applicazioni a problemi di ottimizzazione e inferenza.

Stormi di storni

Meccanismi del comportamento collettivo

di Massimiliano Viale





Come riescono gli uccelli a volare in stormo o i pesci a nuotare in banchi? Quali regole permettono ai pedoni di attraversare una strada senza scontrarsi o alle persone di muoversi in un corteo? Come fa una moda o una diceria a propagarsi tra i giovani?

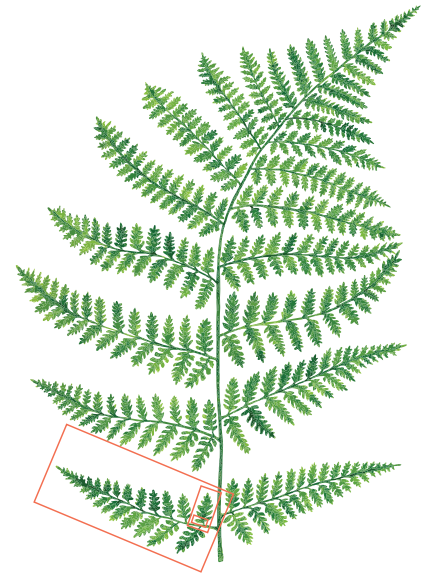
La ricerca sul comportamento collettivo si occupa di studiare in generale tutti quei fenomeni in cui diverse entità, fisiche o biologiche, agiscono in maniera coordinata. In certi casi questo comportamento è poco interessante e quasi del tutto scontato: per esempio, nel caso di animali che si dispongono in formazione per seguire un leader durante le migrazioni, o quando tutti i televisori sono sintonizzati sullo stesso canale, perché c'è la finale della Coppa del mondo. La natura complessa di questi fenomeni emerge invece quando il comportamento non dipende da fattori globali che polarizzano le scelte degli individui (la necessità di trovare del cibo o un'incessante pubblicità di un evento), ma scaturisce esclusivamente grazie a uno scambio locale di informazioni: ad esempio, il propagarsi di un "passaparola" che, come per i social network, connette individui apparentemente molto lontani tra loro. Un altro esempio è il

"telefono senza fili", un gioco in cui ci si dispone in cerchio, un giocatore pensa una parola o una frase e la sussurra nell'orecchio del proprio vicino, il quale a sua volta trasmette quello che ha compreso al prossimo giocatore e così via, per divertirsi poi a verificare quanto il messaggio iniziale sia stato distorto dalla catena di sussurri. Se fate questo gioco in una discoteca il forte rumore di sottofondo disturberà la trasmissione e ogni giocatore avrà compreso qualcosa di diverso. Se invece vi trovate in un luogo silenzioso, il messaggio sarà trasmesso quasi perfettamente: ogni giocatore avrà "interagito" solo con il proprio vicino, eppure, alla fine, tutti avranno inteso più o meno lo stesso messaggio, e gli individui saranno "correlati" tra loro. Negli ultimi anni la fisica statistica, lo studio dei sistemi a molte particelle, si è rivelata molto utile nella comprensione di tali fenomeni. Prendiamo un ferromagnete che, in prima approssimazione, possiamo pensare come a un insieme di minuscoli aghi da bussola. Ogni ago è influenzato dal piccolo campo magnetico locale generato dai propri vicini che lo forza ad allinearsi con loro, in un certo senso a "imitarli". Ma ad alte temperature (in discoteca), la forte agitazione termica

- a.**
Visualizzazione dei diversi tipi di interazione dell'uccello bianco al centro:
- a) metrica: con tutti gli uccelli distanti meno di una certa soglia (uccelli gialli dentro il cerchio di interazione)
 - b) topologica: con i primi vicini in termini delle celle in cui è diviso lo spazio (cosiddette "celle di Voronoi"), indipendentemente dalla loro distanza (gli uccelli nelle celle più scure)
 - c) visuale: con tutti gli uccelli all'interno del campo visivo (cono)

disturba questo meccanismo e gli aghi tendono a orientarsi in direzioni casuali, senza generare quindi alcun tipo di magnetizzazione globale. Quando invece abbassiamo la temperatura al di sotto di una certa soglia (nel luogo silenzioso), gli aghi riescono ad allinearsi in gruppi via via sempre più grandi, il materiale si magnetizza e l'ordine emerge spontaneamente dal disordine. Il ferromagnetismo ha ispirato quasi tutti i modelli matematici volti a simulare le dinamiche collettive osservate in natura: l'idea è semplicemente quella di ridefinire la regola del “fai quello che fa il tuo vicino” in funzione del particolare fenomeno che si vuole riprodurre. Per gli stormi, ad esempio, una volta stabilito con chi ogni uccello interagisce (tutti quelli che distano da lui meno di una certa soglia e/o all'interno del suo campo visivo o semplicemente i suoi primi vicini), la regola potrebbe essere “allinea istante per istante la tua velocità con quella del tuo vicinato”. Se poi aggiungiamo anche un “rumore” a disturbare l'imitazione, ecco che, in perfetta analogia con il ferromagnete, abbiamo introdotto una specie di temperatura, un parametro che ci permette di studiare anche il comportamento “critico” del sistema, quello a cavallo della transizione tra la fase disordinata e ordinata, dove avvengono le cose più sorprendenti. In questo regime non siamo più in grado di distinguere le differenze tra l'intero sistema e una sua piccola parte. Questa proprietà viene chiamata “invarianza di scala” e rende la maggior parte dei dettagli microscopici praticamente ininfluenti. Quasi tutto dipende tipicamente solo dalla dimensionalità e/o topologia del sistema (nel piano, nello spazio, su un frattale ecc.) e dalle caratteristiche delle variabili microscopiche utilizzate per descrivere

lo stato di un singolo elemento (l'angolo formato dall'ago, il vettore velocità di un uccello, un bit a segnalare l'adesione a un evento). In questo modo una moltitudine di fenomeni apparentemente diversissimi tra loro possono essere raggruppati sulla base di poche e ben definite leggi di scala. Questo concetto di “universalità” fondato sull'idea di classificare i sistemi sulla base delle proprietà critiche è molto utile, perché ci autorizza a trascurare tutte quelle regole aggiuntive proposte per i modelli di stormi che, seppur ragionevoli e volte a garantire la sicurezza (“non scontrarti”) e la compattezza (“stai vicino”) di un gruppo, non sono realmente necessarie a spiegare i principi primi dai quali emerge il suo comportamento collettivo. Più vitale invece guardare alla rapidità con la quale i vicini si imitano. La presenza di inerzia, una generale resistenza a cambiare stato, permette infatti all'informazione di un eventuale cambio di stato locale di propagarsi come un'onda a tutto il gruppo, velocemente e senza attenuazioni. Al contrario (e controintuitivamente!), un'imitazione quasi istantanea diffonderebbe l'informazione lentamente per poi dissolverla, come il calore. Ma c'è un aspetto ancora più fondamentale: nella fase critica i sistemi rispondono massimamente alle perturbazioni esterne. Questo significa, ad esempio, una maggiore capacità dello stormo di intraprendere collettivamente ed efficacemente le manovre evasive necessarie a difendersi dall'attacco di un falco pellegrino. L'evidenza sperimentale, poiché conferma la natura critica di diversi fenomeni naturali, spinge la ricerca allora ad avere anche altri obiettivi: non solo descrivere e prevedere il comportamento collettivo di certi sistemi biologici, ma anche i possibili motivi che ne hanno determinato l'evoluzione.



b.
L'invarianza di scala è una proprietà tipica dei “frattali” e la natura ne offre moltissimi esempi: man mano che si fa un ingrandimento, si osservano strutture indistinguibili da quelle della felce iniziale.

Biografia

Massimiliano Viale ha una formazione in meccanica statistica e sistemi disordinati ed è ricercatore presso l'Istituto Sistemi Complessi (ISC) del CNR. Membro senior del gruppo CoBBS (Collective behaviour in biological systems), si occupa anche di inferenza statistica e teoria dell'informazione.

L'archetipo della complessità

Verso una comprensione del cervello

di Alessandro Treves



Che il cervello sia un sistema complesso sembra ovvio, con la sua organizzazione a molteplici livelli. Meno immediato però è comprenderne la natura di sistema disordinato. Eppure, è il disordine la chiave che permette alla fisica di entrare nella complessità del sistema nervoso, e di entrarci avendo qualcosa da dire. Spesso, chi dalle scienze cosiddette esatte viene attratto verso lo studio della mente umana rimane sorpreso nello scoprire due cose. La prima è che oltre a tutti i livelli sottostanti, molecolari e cellulari, sbrigativamente riassunti nel concetto riduzionista del “neurone” come unità elementare, anche al livello delle reti neurali il nostro cervello si avvale di componenti ben distinte. Le reti della corteccia cerebrale sono completamente diverse, ad esempio, da quelle del cervelletto o dei gangli della base, eppure devono operare di concerto con loro per produrre attività cognitiva. Questo già causa qualche sbandamento in chi pensa a un facile travaso di analisi fra intelligenza naturale e sistemi di intelligenza artificiale, che di norma non fanno uso di

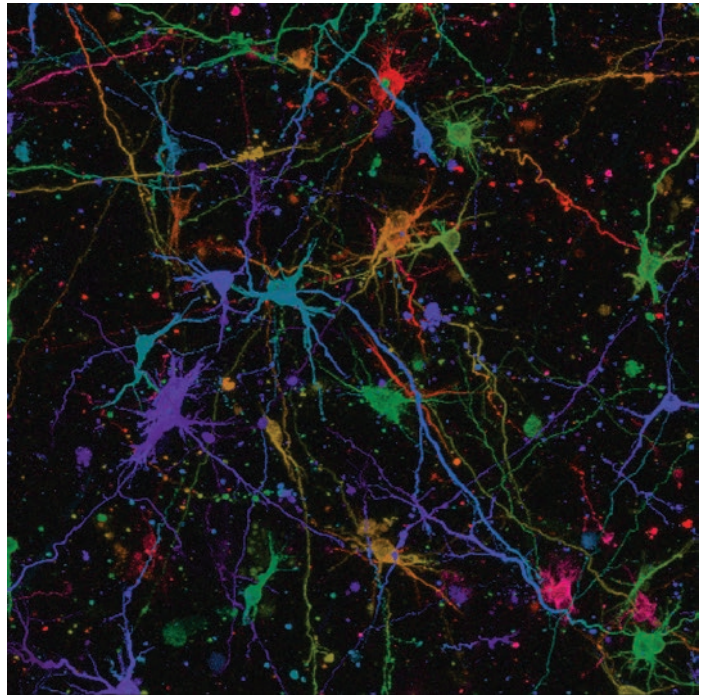
a.
I due emisferi cerebrali in un'incisione dall'opera del neuroanatomista belga Andreas van Wesel (1514-64), detto Vesalius, che fu professore a Padova.

tale diversità. I diversi tipi di reti che animano la nostra mente implicano fra l'altro che è illusorio pensare di separare del tutto l'analisi delle reti da quella delle unità che le costituiscono, visto che reti diverse sono costituite da neuroni di tipo diverso, connessi con sinapsi dalle proprietà differenti.

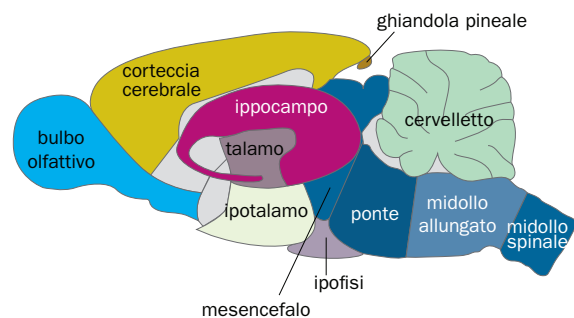
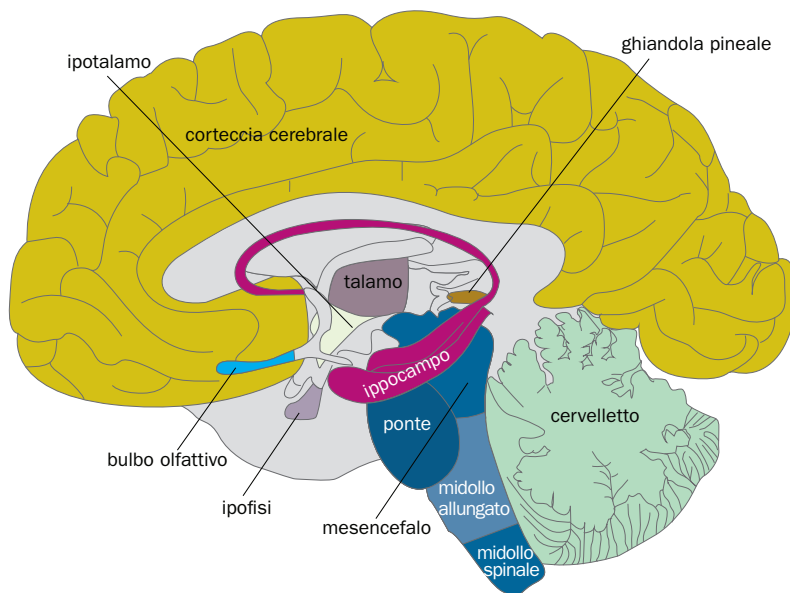
La seconda sorpresa è che il nostro cervello è sostanzialmente lo stesso di quello di tutti gli altri mammiferi, e quindi il suo *design* è stato formulato – ragionevole ipotesi – oltre duecento milioni di anni fa, quando ci siamo differenziati dai rettili. Non solo, ma molte delle sue componenti, come appunto il cervelletto e i gangli della base, sono sostanzialmente le stesse anche in altri vertebrati, e in alcuni casi si può argomentare che risalgano ad almeno mezzo miliardo di anni addietro. Non male per dei chip disegnati dal procedere cieco dell'evoluzione, che una ne fa e cento ne sbaglia. La generale continuità del “progetto cervello” su questo enorme lasso di tempo, pur considerando alcune importanti innovazioni (peraltro introdotte, a quanto si può inferire, già nella sua prima metà), mette in crisi l'idea che l'organizzazione del cervello umano sia stata ottimizzata per consentire lo sviluppo della cognizione umana, di cui abbiamo evidenze convincenti soltanto per gli ultimi cinquantamila anni, suppergiù.

Questa seconda considerazione è spiazzante non solo per il creazionismo, o per l'umanesimo fondamentalista di chi vorrebbe trincerarsi dietro un muro di differenze strutturali, fra noi e le altre specie animali, ma anche per chi, mosso dal desiderio di capire com'è che funzionano tanto bene, cerca nell'organizzazione delle nostre reti neurali tracce concrete di uno sforzo di ottimizzazione, che chissà perché l'evoluzione avrebbe dedicato esclusivamente a noi. Fra questi, anche coloro che in pur pregevoli studi di modelli astratti di reti neurali applicano principi variazionali importati dalla fisica matematica, atti ad affinare uno strumento buono e a renderlo perfetto. Come se noi, e solo noi, fossimo arrivati al culmine del percorso evolutivo, guidati da un ingegnere perfezionista. Quand'è invece che la fisica, ovvero la matematica sviluppata dai fisici, ha contribuito effettivamente alla comprensione del cervello? Quando ne ha abbracciato la natura di strumento impreciso, che si trova a operare in un mondo cangiante e poco prevedibile, arrangiandosi in gran parte con materiali di risulta (il concetto di “*exaptation*”, il riutilizzo di reti preesistenti per processi cognitivi sviluppati in seguito), ricavati da quella “nave senza nocchiere in gran tempesta” che è l'evoluzione delle specie. In altre parole, quando ha messo in luce i vincoli e le limitazioni derivanti dalla sua natura di sistema disordinato.

Un esempio è stata l'applicazione delle tecniche matematiche di analisi dei vetri di spin, nel cui sviluppo ha giocato un ruolo centrale Giorgio Parisi, alla comprensione dei limiti cui soggiace la funzionalità dell'ippocampo. Inserito all'interno dei nostri lobi temporali, l'ippocampo è essenziale per la formazione delle memorie complesse, fra cui quelle autobiografiche o relative a contesti specifici o a episodi accaduti e non ripetuti. Proprio in virtù di questa funzione alquanto generica, più che pensare all'ippocampo come a un sistema disegnato od ottimizzato per un particolare compito ben definito, ha senso vederlo come una compagnia di attori, i suoi neuroni, disponibili a mandare a memoria e poi a rappresentare qualunque dramma gli venga proposto dal mondo. I metodi della fisica statistica ci dicono però



b.
Una rete neurale che nel cervello non esiste. Neuroni corticali in sospensione sono stati usati come bio-inchiostro per una nuova tecnica di stampa in 3D. I colori sono stati assegnati al computer.



che c'è un limite al numero di drammi che questi attori possono mandare a memoria: prima che, per impararne altri, se li dimentichino, devono essere trascritti altrove. Non solo, ma per andare vicino al limite e utilizzare quindi appieno la sua capacità di ricordare, l'ippocampo deve ricevere i "testi" in una formulazione adeguata, che minimizzi la possibilità di confondere gli uni con gli altri. Come fa? Come faccia ce lo suggerisce l'evoluzione. In modi diversi in diverse classi di vertebrati. Infatti, l'ippocampo, o meglio una struttura a esso omologa, con la stessa origine embrionale, è presente addirittura anche nei pesci e anche in loro si è visto che serve a formare memorie spaziali. Con una circuiteria interna però organizzata diversamente, in maniera più semplice. In noi mammiferi, la sua organizzazione interna è caratterizzata da una rete di ingresso, sorta di preprocessore, chiamata "giro

dentato", che non è presente negli altri vertebrati. Ad esempio, non negli uccelli, alcune specie dei quali godono però di una memoria prodigiosa per i contesti spaziali, che dipende dal loro ippocampo. L'analisi dei modelli di rete ci dice che il giro dentato dei mammiferi ha le caratteristiche giuste per formulare le rappresentazioni che gli attori dell'ippocampo devono mandare a memoria. Forse non la formulazione ottimale in assoluto, ma una adeguata alla disordinata varietà di contenuti da rappresentare. Una soluzione a quanto pare non adottata dagli uccelli. Come faccia il loro ippocampo a mandare le parti a memoria, dobbiamo ancora capirlo. Per fortuna di chi ci lavora, la comprensione della complessità dei meccanismi neurali, a dispetto dell'impressione che può essere prodotta dal bombardamento mediatico, sta muovendo soltanto i suoi primi passi.

c.
Il sistema nervoso dell'essere umano (sopra) e del ratto (sotto) condividono le stesse componenti, come del resto gli altri mammiferi e, in parte, anche gli altri vertebrati.

Biografia

Alessandro Treves ha studiato fisica teorica a Firenze e a Roma, ma durante il PhD a Gerusalemme, con Daniel Amit, si è appassionato alle neuroscienze, a cui si è poi dedicato.

Dalla farfalla al tornado

Il caos nei sistemi dinamici

di Angelo Vulpiani



“Un’intelligenza che, per un dato istante, conoscesse tutte le forze di cui è animata la natura e le posizioni rispettive degli esseri che la compongono, se per di più fosse abbastanza profonda per sottomettere questi dati all’analisi, abbraccerebbe nella stessa formula i movimenti dei più grandi corpi dell’universo e dell’atomo più leggero”.

Questa celebre affermazione di Laplace illustra la visione deterministica del mondo: quando diciamo che le leggi della fisica classica sono deterministiche intendiamo dire che, se lo stato di un sistema a un certo istante è esattamente noto, la sua evoluzione futura è univocamente determinata e, se siamo abbastanza bravi, riusciamo a trovarla. Ma, ovviamente, non esiste un matematico infinitamente

bravo. Ed è evidente che non pochi fenomeni sono irregolari e difficili da prevedere (basti pensare all’atmosfera). Si potrebbe pensare che queste irregolarità siano solo “apparenti”, cioè dovute a un numero molto grande di cause ognuna delle quali sia semplice se presa singolarmente, e che magari un computer sufficientemente potente potrebbe fare le veci del super-matematico di Laplace. Questa interpretazione dei fenomeni irregolari, che possiamo chiamare “filosofia del mattone elementare”, è stata sostanzialmente accettata fino a pochi decenni or sono – ma le cose sono più complicate.

Il motivo è il caos, un fenomeno scoperto intorno al 1890 da Henri Poincaré, paradossalmente proprio nell’ambito della meccanica celeste, la scienza che

a.
Un biliardo a ostacoli (in pratica un flipper) è un esempio di sistema caotico: una piccolissima differenza nella posizione e velocità iniziali della pallina determina traiettorie completamente differenti.

per secoli ha incarnato l'ideale laplaciano. Studiando la dinamica di tre corpi che interagiscono gravitazionalmente (ad esempio Sole-Giove-asteroide), Poincaré capì che la difficoltà nel trovare una soluzione non dipende dalla limitata bravura dei matematici, ma da un'importante proprietà intrinseca del sistema, il "caos deterministico": "Una causa piccolissima che sfugge alla nostra attenzione – scrisse – determina un effetto considerevole che non possiamo mancare di vedere, e allora diciamo che l'effetto è dovuto al caso. [...] Può accadere che piccole differenze nelle condizioni iniziali ne producano di grandissime nei fenomeni finali. Un piccolo errore nelle prime produce un errore enorme nei secondi. La previsione diventa impossibile e si ha un fenomeno fortuito".

Laplace, insomma, non aveva impostato il problema nel modo "giusto". La domanda pratica più corretta è: che cosa possiamo dire se conosciamo la condizione iniziale con una piccola incertezza?

Tuttavia, nonostante il grande prestigio di Poincaré, i sistemi caotici non attirarono l'attenzione della comunità scientifica – a parte poche eccezioni – e si dovette attendere fino agli anni '60 del secolo scorso per comprendere che il caos nei sistemi deterministici non è affatto una patologia matematica, bensì una proprietà comune e "fisiologica".

L'importanza del caos è manifesta, per esempio, nelle previsioni meteorologiche. L'atmosfera è ovviamente un sistema molto complicato, descritto da tante variabili, ma ci sono anche altre difficoltà. Edward Lorenz (uno dei pionieri del caos), studiando un modello minimale per la circolazione atmosferica, mostrò in modo inequivocabile come il comportamento irregolare dei fluidi sia dovuto anche al caos deterministico.

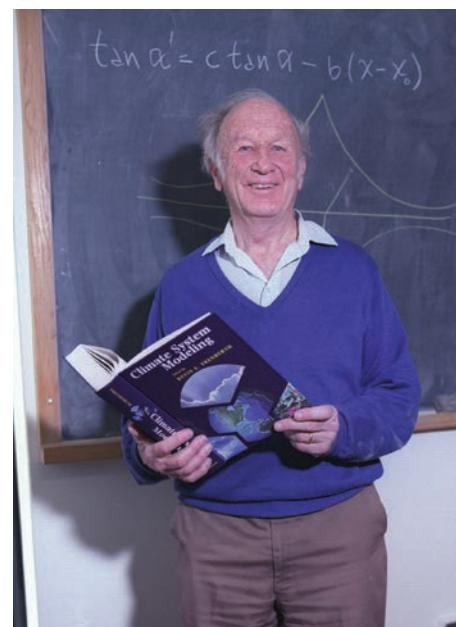
Perfino un sistema con poche variabili può essere caotico: in questo caso, un piccolo errore sulle condizioni iniziali viene amplificato esponenzialmente. Quindi anche se (ipoteticamente) l'evoluzione dell'atmosfera fosse descritta da poche variabili, in presenza del caos non saremmo in grado di fare previsioni dopo un certo tempo caratteristico, determinato da un parametro chiamato "esponente di Lyapunov". Questo è quello che viene chiamato "effetto farfalla" (dal titolo della conferenza di

Lorenz "Può il battito d'ali di una farfalla in Brasile provocare un tornado in Texas?"). I risultati di Lorenz mostrano come l'irregolarità presente in sistemi complessi come l'atmosfera non sia necessariamente una conseguenza della sovrapposizione del comportamento di tanti mattoni "elementari", ma sia piuttosto dovuta al caos.

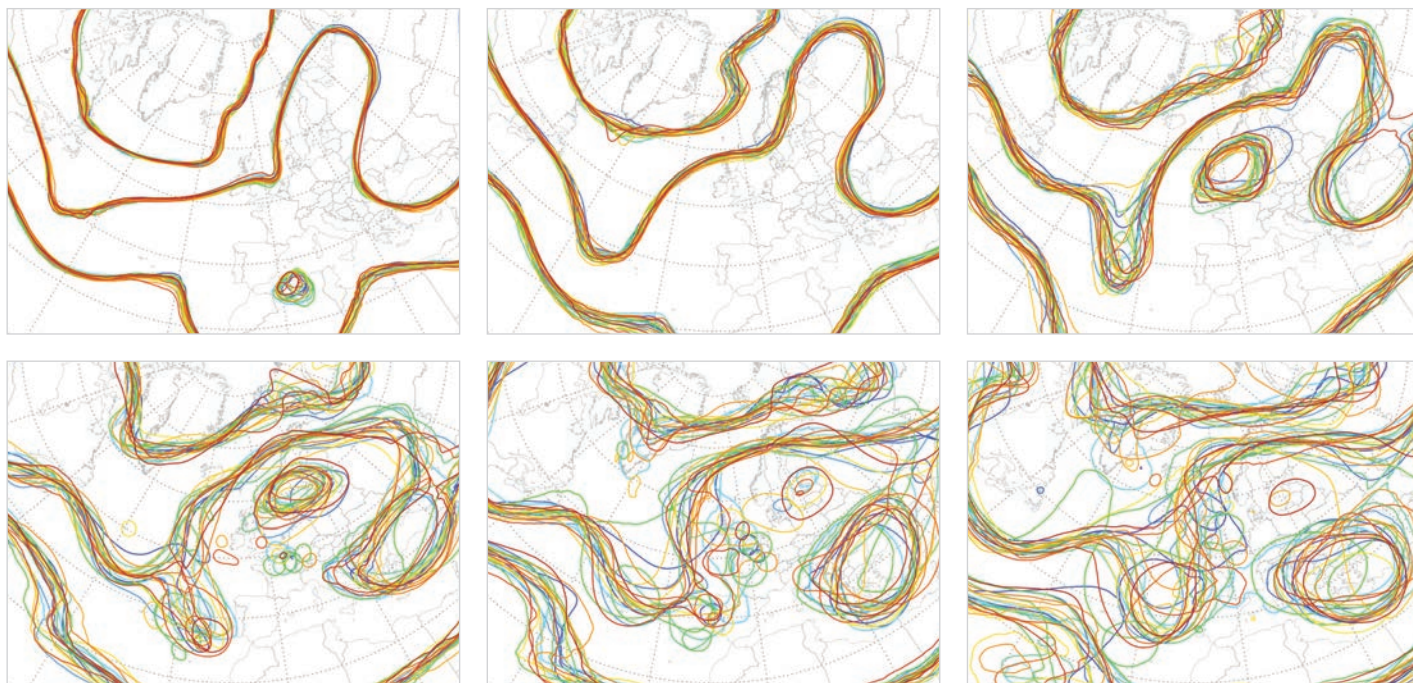
La scoperta del caos ha permesso anche di chiarire il dominio di validità dell'approccio probabilistico: ovviamente lo si deve adottare se il numero delle variabili dinamiche è molto grande (questo è ciò che facciamo da tempo in meccanica statistica), ma anche in presenza del caos deterministico, indipendentemente dal numero delle variabili coinvolte.

La possibilità di comportamenti caotici anche in sistemi apparentemente semplici ha un impatto non banale per la modellizzazione di una gran classe di fenomeni. Se il modello è caotico allora si deve fare particolare attenzione alla reale rilevanza dei risultati. Infatti, modificando leggermente i parametri di controllo (oppure le condizioni iniziali), il risultato può cambiare in modo drammatico. Che cosa si può realmente ottenere da tali modelli? Certamente non sono attendibili le previsioni puntuali (quello che succede un certo giorno); tuttavia, previsioni di tipo meno accurato (cosa succede in media in un mese) possono essere precise e questo, anche se può suonare paradossale, proprio per la presenza del caos.

La teoria dei sistemi caotici ha interessanti relazioni con la teoria dell'informazione e la complessità algoritmica. Ricordiamo che la complessità algoritmica di una sequenza di simboli è la lunghezza del più breve programma di computer che genera quella sequenza (quanto più lungo è il programma, tanto più complessa è la sequenza), ed è quantificata da una grandezza chiamata "entropia di Shannon". Il fatto interessante è che se traduciamo in una sequenza binaria una serie temporale generata da un sistema caotico, troviamo che l'entropia di Shannon è connessa al "grado di caoticità" del sistema, espresso a sua volta da un'altra entropia, quella "di Kolmogorov-Sinai", che nei sistemi a bassa dimensionalità altro non è che l'esponente di Lyapunov. L'entropia di



b.
Il meteorologo Edward Norton Lorenz scoprì il caos deterministico studiando un semplice modello, a poche variabili, dell'atmosfera.



Shannon, l'entropia di Kolmogorov-Sinai e l'entropia di Boltzmann della termodinamica sono accomunate dal fatto di essere contatori logaritmici delle configurazioni di un sistema, e di misurare quindi un certo grado di "complessità". Ma il significato preciso del termine "complessità" dipende dalle diverse situazioni ed è bene astenersi da generalizzazioni arbitrarie, che possono provocare grosse confusioni. Infine, la teoria del caos ha trovato applicazioni anche al di fuori delle scienze della natura. Per esempio, la modellizzazione matematica dell'economia è stata basata per molto tempo sull'assunzione di comportamenti regolari, ad esempio periodici, e sulla convinzione di poterli controllare

modificando i parametri di controllo, cioè agendo su tassi di interesse, svalutazione, tasse ecc. Ora anche gli economisti si interessano di modelli caotici e i risultati sembrano mettere in discussione alcuni dei paradigmi classici. Tra l'altro, è stato recentemente mostrato come in un regime di duopolio i produttori ottengano maggiori profitti in un mercato con andamento caotico rispetto a quelli ottenuti in un mercato che si assesti su valori di equilibrio stabile, in netto contrasto con l'opinione ampiamente diffusa che i sistemi stabili siano preferibili a quelli con continue variazioni. Una conclusione sorprendente e controintuitiva, che senza la conoscenza dei fenomeni caotici non sarebbe stata neanche immaginabile.

c. Esempio di previsione d'insieme meteorologica (*spaghetti plot*). Le linee colorate sono curve di uguale altitudine alla pressione di 500 hPa, con condizioni iniziali lievemente diverse. I box mostrano le previsioni a 24 ore relative al periodo 17-22 marzo. Come si vede, dopo pochi giorni le differenze tra le curve sono tali da rendere la previsione inaffidabile.

Biografia

Angelo Vulpiani è professore ordinario di fisica teorica presso il Dipartimento di Fisica della Sapienza Università di Roma. Si interessa di caos e complessità nei sistemi dinamici, meccanica statistica e fenomeni di trasporto.

Presi in un vortice

Fenomenologia della turbolenza

di Guido Boffetta



È un cliché abbastanza comune presentare la turbolenza come l'ultimo problema aperto della fisica classica, quello su cui hanno fallito fisici del calibro di Werner Heisenberg, Richard Feynman e Lars Onsager. Anche se è vero che non abbiamo ancora una teoria della turbolenza, è importante ricordare che la turbolenza non è un singolo problema, ma un vasto campo di ricerca in fisica e in matematica applicata, con applicazioni che vanno dalla cosmologia e astrofisica alla geofisica, fino ai tanti problemi pratici di ingegneria. Soprattutto, non dobbiamo dimenticare che in seno alle ricerche sulla turbolenza sono nati molti concetti della fisica moderna, come quelli di temperatura negativa, di invarianza di scala, di universalità, di diffusione anomala. Al pari degli altri fenomeni fluidodinamici, la turbolenza è descritta dalle equazioni di Navier-Stokes, derivate a partire dalle leggi di Newton della dinamica da Claude Navier, Jean-Claude Barré de Saint-Venant e da George Gabriel Stokes a metà dell'800. All'inizio del '900, grazie alla meccanica statistica sviluppata da Ludwig Boltzmann, Sydney Chapman e David Enskog derivarono le equazioni di Navier-Stokes da principi primi, a partire dalla descrizione microscopica del moto delle molecole di un fluido. La turbolenza consiste nel moto irregolare nello spazio e nel tempo di un fluido, in cui l'energia cinetica immessa da una forzante esterna, per esempio il moto di un corpo immerso nel fluido, è bilanciata dall'energia dissipata in calore dalla viscosità del fluido stesso. La turbolenza si sviluppa quando questi due processi avvengono a scale spaziali ben separate tra loro, cioè quando il rapporto tra la scala di iniezione e quella di dissipazione dell'energia, rapporto quantificato dal cosiddetto "numero di Reynolds", è molto grande. In questo caso il sistema si trova in uno stato lontano dall'equilibrio:

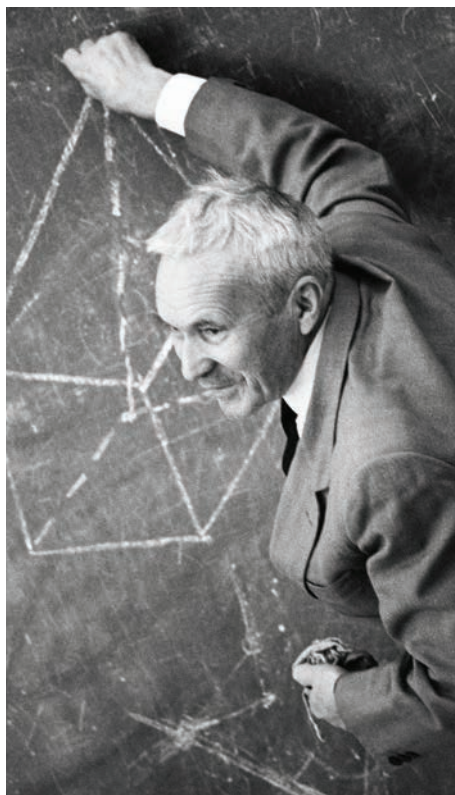
a.
Affresco "Madonna con Bambino e santi Antonio, Domenico, Pietro martire e Cristoforo", attribuito a Pietro di Giovanni Lanieri (1428-1460), Basilica di San Domenico (Bologna). Tra i piedi di San Cristoforo sono riconoscibili le tipiche scie vorticosi di von Kármán (descritte nel 1911).



l'energia, infatti, fluisce tra queste scale, generando quella che il meteorologo Lewis F. Richardson (vd. p. 46, ndr) ha descritto poeticamente come la "cascata di energia", in cui vortici più grandi generano vortici via via più piccoli in un processo a cascata (vd. fig. a). La non-linearità delle equazioni di Navier-Stokes produce una dinamica caotica e quindi di fatto imprevedibile, nonostante tali equazioni siano di tipo deterministico. Due condizioni iniziali molto vicine conducono infatti in breve tempo a stati macroscopici molto diversi tra di loro. A causa di questa forte dipendenza dalle condizioni iniziali, le previsioni di fenomeni che includono la turbolenza, come, per esempio, quelli riguardanti l'atmosfera, sono soggette a limitazioni intrinseche non superabili. Proprio per questa sua natura caotica, è evidente che da un punto di vista teorico non è tanto importante la singola soluzione turbolenta delle equazioni di Navier-Stokes (ammesso che sia possibile ottenerla), quanto una descrizione delle proprietà statistiche generali, che hanno la proprietà di non dipendere dal particolare stato iniziale.

La descrizione statistica della turbolenza nasce a metà del secolo scorso, con il lavoro di Andrej N. Kolmogorov, che riesce a derivare, a partire dalle equazioni di Navier-Stokes, uno dei pochi risultati esatti e non banali in turbolenza, la cosiddetta "legge dei 4/5" (così chiamata per la presenza di questo coefficiente numerico). A partire da questa legge, assumendo una proprietà di invarianza di scala, Kolmogorov è riuscito a fissare l'esponente di *scaling* della turbolenza a un preciso valore pari a $1/3$: ciò significa che se osserviamo qualsiasi campo turbolento di velocità a una scala dilatata di un fattore x , otteniamo le stesse proprietà statistiche che il campo avrebbe se la sua intensità venisse riscalata di un fattore $x^{1/3}$. Numerosi risultati sperimentali e numerici moderni mostrano deviazioni misurabili rispetto all'invarianza di scala proposta da Kolmogorov. Riscaldando lo spazio e le velocità come previsto dalla teoria di Kolmogorov (che rimane comunque approssimativamente valida), le distribuzioni di probabilità cambiano e quindi la statistica non è più universale. In particolare, considerando fluttuazioni

b
Il colorante in acqua mostra il flusso che si genera a valle di una sfera con numero di Reynolds pari a 15.000. L'instabilità della superficie produce vortici di scala comparabile a una frazione del raggio della sfera, che in breve si rompono a formare un flusso turbolento.



c.
Andrej N. Kolmogorov (1903-1987), uno dei maggiori matematici sovietici, fondatore tra l'altro della moderna teoria della probabilità. Diede anche contributi fondamentali in diversi campi della meccanica teorica, della teoria dell'informazione e della complessità e formulò la prima teoria della turbolenza.

a piccola scala, le distribuzioni di probabilità variano in modo da rendere la probabilità di osservare eventi estremi (cioè molto lontani dai valori più probabili) molto più alta rispetto a una distribuzione normale. Questo fenomeno, detto "intermittenza", ha delle importanti conseguenze pratiche, come nel caso delle sollecitazioni cui sono soggette le strutture immerse in un flusso turbolento (ad esempio le pale eoliche).

Da un punto di vista teorico, la rottura dell'invarianza di scala globale di Kolmogorov e l'intermittenza implicano che la turbolenza non possa essere descritta per mezzo di un solo esponente di *scaling*. Un modo per riconciliare le osservazioni con la teoria è quello di considerare una invarianza di scala locale, in cui l'esponente di *scaling* possa a sua volta fluttuare. Questo è lo schema teorico detto "modello multifrattale", introdotto nel 1983 da Giorgio Parisi e Uriel Frisch. Questo modello assume una distribuzione continua di possibili valori dell'esponente di *scaling*, con una probabilità dipendente dalla scala spaziale alla quale si osserva il sistema. La forma di questa distribuzione ha come unico vincolo quello di soddisfare la legge dei 4/5 di Kolmogorov, ma per il resto è arbitraria.

Il "problema" della turbolenza, da un punto di vista teorico a livello fondamentale, è quindi quello di determinare la forma di questa distribuzione di probabilità a partire dalle equazioni di Navier-Stokes. Si tratta di un compito formidabile, che per ora non ha avuto successo, ma la ricerca moderna nella teoria della turbolenza è comunque riuscita a sviluppare dei modelli fenomenologici che predicono una distribuzione di probabilità (e quindi la statistica del campo di velocità) in ottimo accordo con i dati sperimentali. Il modello multifrattale non è quindi ancora una vera e propria teoria della turbolenza, bensì uno schema teorico all'interno del quale è possibile fare inferenze su varie osservabili. In questo senso esso è stato applicato, per esempio, alle fluttuazioni della temperatura o della concentrazione di un inquinante, e alla statistica di particelle trasportate dal flusso turbolento. Negli anni, il modello multifrattale è stato usato nei campi più disparati, dalla statistica dei brillamenti solari alle fluttuazioni dei mercati finanziari.

Restando nel mondo della turbolenza, vanno ricordati i recenti successi ottenuti con modelli semplificati. In questo contesto è stato possibile dimostrare in modo rigoroso l'intermittenza del campo di temperatura e il suo *scaling* anomalo, in accordo con la descrizione del modello multifrattale, il quale resta quindi uno strumento privilegiato per la descrizione e la comprensione della ricca e complessa fenomenologia che le equazioni di Navier-Stokes ci regalano.

Biografia

Guido Boffetta è professore di fisica teorica della materia presso l'Università di Torino. È *fellow* della European Mechanics Society ed è editore di *Physical Review Fluids* (APS). Si occupa di sistemi dinamici, turbolenza, fluidi complessi e materia attiva, principalmente per mezzo di simulazioni numeriche.

Questione di gradi

Modelli e proiezioni per il clima

di Filippo Giorgi





b1. e b2.

La fusione dei ghiacci della Groenlandia rappresenta una delle minacce più gravi legate al riscaldamento globale.

Il sistema climatico terrestre è probabilmente uno dei sistemi più complessi studiati dalla scienza odierna. Siamo abituati a pensare al clima come a un semplice alternarsi di eventi meteorologici: giorni di pioggia, di sole, di vento intenso, e così via. In realtà, il comportamento del sistema climatico è regolato da complesse interazioni fra molteplici componenti di per sé complesse: atmosfera, oceani, biosfera, criosfera, chemosfera, litosfera e, dall'inizio dell'era industriale, il cosiddetto "Antropocene", l'antroposfera, forse la più complessa e imprevedibile di tutte le componenti del sistema (vd. fig. a). Lo studio del clima, quindi, richiede un approccio molto interdisciplinare.

Ma perché è così difficile capire il comportamento del sistema climatico? Perché questo comportamento è altamente caotico e non lineare, come illustrato dall'ormai famoso "effetto farfalla", introdotto dal fisico Edward Lorenz (vd. p. 22, ndr). Egli mostrò come, data la natura altamente non-lineare delle equazioni che regolano la dinamica dell'atmosfera, piccole perturbazioni (come lo sbattere d'ali di una farfalla in Amazzonia) possano innescare una concatenazione di eventi tale da generare fenomeni meteorologici su larga scala (come un uragano nel golfo del Messico), in maniera apparentemente casuale e non prevedibile. Quello di Lorenz è solo un esempio illustrativo – ci vuol ben altro che un battito d'ali di farfalla per generare un uragano – però serve a introdurre il concetto del caos e della non-linearità. È proprio questo comportamento

caotico che pone un limite teorico di circa dieci giorni alla previsione meteorologica. Ma ci sono altri casi di comportamento complesso e non-lineare, che coinvolgono diverse componenti del sistema climatico. Per esempio, i cosiddetti processi di "feedback" (o "retroazione"), cioè fenomeni che, una volta innescati, si autoalimentano e crescono, fino a diventare possibilmente irreversibili. Un esempio è il *feedback* dell'albedo del ghiaccio. Il ghiaccio e la neve hanno una riflettività ("albedo") della radiazione solare molto alta, dal 70 al 90%. Se l'aumento delle temperature provoca una fusione di neve e ghiaccio, viene scoperta la superficie sottostante, che ha un'albedo più bassa. Quindi viene assorbita in superficie più radiazione solare, che riscalda la superficie stessa, provoca un'ulteriore fusione di ghiaccio e così via. Questo è un *feedback* "positivo", perché tende ad amplificare la perturbazione iniziale. Esistono anche dei *feedback* "negativi", per esempio legati a modifiche della copertura nuvolosa. Per avere un'idea dell'importanza del *feedback* del ghiaccio, e della sua natura caotica, si pensi che esso è una delle cause principali della grande diversità fra le caratteristiche dei periodi glaciali e interglaciali che si sono alternati nel corso degli ultimi due milioni di anni, caratteristiche come l'estensione delle calotte polari e dei grandi ghiacciai, che poi influenzano le temperature globali, le circolazioni oceaniche e il livello del mare. Ci sono poi i cosiddetti "comportamenti di soglia", cioè quei fenomeni che, una volta superate determinate soglie, diventano

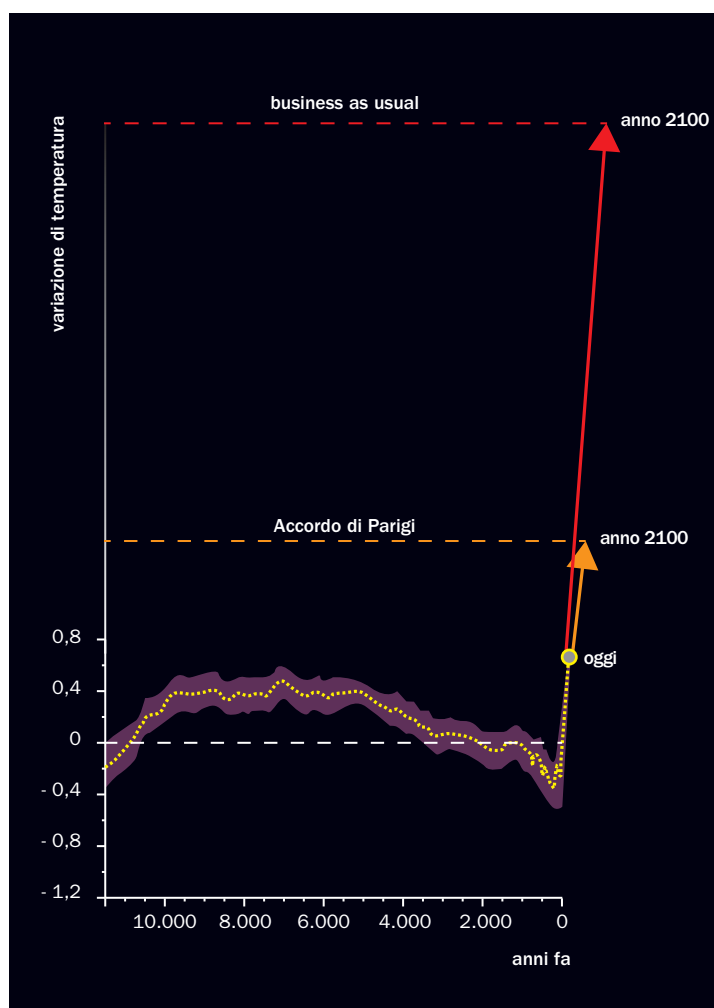
a.
Il comportamento del sistema climatico terrestre è determinato da complesse interazioni fra le sue diverse componenti.

essenzialmente irreversibili. Un esempio è quello della fusione dei ghiacci della Groenlandia (vd. fig. b), che sta avvenendo a ritmi sempre crescenti in risposta al riscaldamento globale. Se le temperature atmosferiche superassero una determinata soglia, la fusione dei ghiacci della Groenlandia proseguirebbe in maniera inarrestabile. Alcuni lavori scientifici sostengono che siamo già vicini a questa soglia, e che quindi nel corso di qualche centinaio di anni i ghiacci della Groenlandia potrebbero interamente fondere, portando a un innalzamento del livello del mare di oltre sette metri, con conseguenze chiaramente devastanti per le aree costiere.

La complessità, quindi, gioca un ruolo fondamentale nel comportamento del clima e nella sua risposta a perturbazioni esterne, come quelle prodotte dall'aumento delle concentrazioni di gas serra derivanti da attività umane, in particolare l'anidride carbonica emessa dall'uso di combustibili fossili. Oggi sappiamo che il riscaldamento globale dovuto alle emissioni di gas serra è una realtà (poco più di 1 °C negli ultimi 120 anni), che verosimilmente ci accompagnerà durante tutto il XXI secolo, se non molto oltre. Ma è lecito chiedersi: se non riusciamo a prevedere l'evoluzione del meteo per più di una decina di giorni, come possiamo prevedere il comportamento del clima per i prossimi 100 anni? Infatti, questo è impossibile, almeno nel senso comune che si dà al termine "previsione" in meteorologia. Del resto, non si può prevedere neanche il futuro delle emissioni di gas serra, che dipende da quello che sarà lo sviluppo socioeconomico nelle prossime decadi. Si possono però fare delle ipotesi plausibili, o scenari, di emissioni, immetterli nei modelli climatici e simulare come il clima possa rispondere in maniera statistica a questi scenari. A questo processo si dà il nome di "proiezione" (piuttosto che "previsione") climatica.

La fig. c presenta le temperature globali "proiettate" dai modelli climatici per la fine del XXI secolo in due scenari di emissione, mostrandole in relazione all'andamento delle temperature globali degli ultimi 11.500 anni, il cosiddetto "Olocene". Questo è l'ultimo periodo interglaciale durante il quale un clima particolarmente stabile ha consentito alla civiltà umana di svilupparsi. I due scenari sono uno consistente con lo scenario previsto dall'Accordo di Parigi del 2015 (riscaldamento di 2 °C rispetto ai valori pre-industriali) e lo scenario "*business as usual*", il più pessimistico, che porterebbe secondo le proiezioni a 4-5 °C di riscaldamento. È chiaro che, anche nello scenario più ottimistico, rischiamo di dare al sistema climatico terrestre una perturbazione di entità e velocità tali che il pianeta probabilmente non ha mai sperimentato durante i periodi caldi dell'ultimo milione di anni. La risposta di questo sistema, così complesso e interconnesso, è molto difficile da prevedere. Quali *feedback* verranno innescati? Quali soglie verranno superate? Come risponderà la biosfera? E l'antroposfera? Queste sono alcune delle difficili domande che si prospettano davanti alla comunità scientifica.

Si può dire che siamo sull'orlo di "un salto climatico nel buio", le cui conseguenze potrebbero essere devastanti, non tanto per il pianeta, che in passato ha visto eventi anche più estremi, ma per la società come oggi la conosciamo, che la crisi pandemica ci ha mostrato come sia estremamente vulnerabile. Evitare questo salto è una delle più grandi sfide che oggi si pone davanti, non solo alla comunità scientifica, ma all'intera società civile.



c. Temperature globali alla fine del XXI secolo (anomalie rispetto al periodo di riferimento della seconda metà del XX secolo), stimate per uno scenario consistente con quello previsto dall'Accordo di Parigi del 2015 e nello scenario più pessimistico previsto dall'Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC, scenario SSP5-8.5, che qui è chiamato "*business as usual*", dati dal sesto rapporto dell'IPCC) in relazione all'andamento delle temperature globali stimate per gli ultimi 11.300 anni (periodo dell'Olocene, dati da Marcott S. A. et al., *Science*, 339 (2013), p. 1198).

Biografia

Filippo Giorgi è responsabile della sezione di fisica della terra del Centro Internazionale di Fisica Teorica (ICTP), a Trieste. È un esperto a livello internazionale di modellistica climatica, cambiamenti climatici e i loro effetti sul pianeta e la società e, fin dagli anni '90, ha contribuito alla stesura dei rapporti sullo stato del clima dell'Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC).

Faglie e terremoti

La crosta terrestre come sistema complesso

di Lucilla de Arcangelis ed Eugenio Lippiello



a.
Visione aerea della faglia di San Andreas in California, lunga più di 1200 km e profonda fino a 15 km. Essa rappresenta il confine tettonico tra la placca nordamericana e quella pacifica.

Accadono improvvisamente, spesso senza alcun preavviso, causando talvolta danni enormi. Anche i terremoti possono essere annoverati tra i fenomeni da studiare nell'ambito della complessità.

La crosta terrestre è un mezzo elastico in continua ma lenta deformazione, pochi centimetri in un anno. In prossimità delle faglie sismiche (vd. fig. a), ovvero all'interfaccia di due placche tettoniche, la deformazione è inibita dalle forze perpendicolari all'interfaccia che causano una forza di attrito che tiene la faglia bloccata. Lo stress accumulato in zone bloccate viene poi rilasciato in un tempo

brevissimo (pochi secondi), dando origine a un terremoto. La "taglia" dei terremoti dipende dalla lunghezza del segmento di faglia che si sblocca e che quasi sempre è così piccolo (minore di qualche metro) da essere impercettibile ai sensi e identificabile solo attraverso apposita strumentazione. In rari casi, però, il segmento può essere anche di qualche decina di chilometri, dando luogo a terremoti con magnitudo superiore a 6, che possono produrre effetti distruttivi in ampie aree.

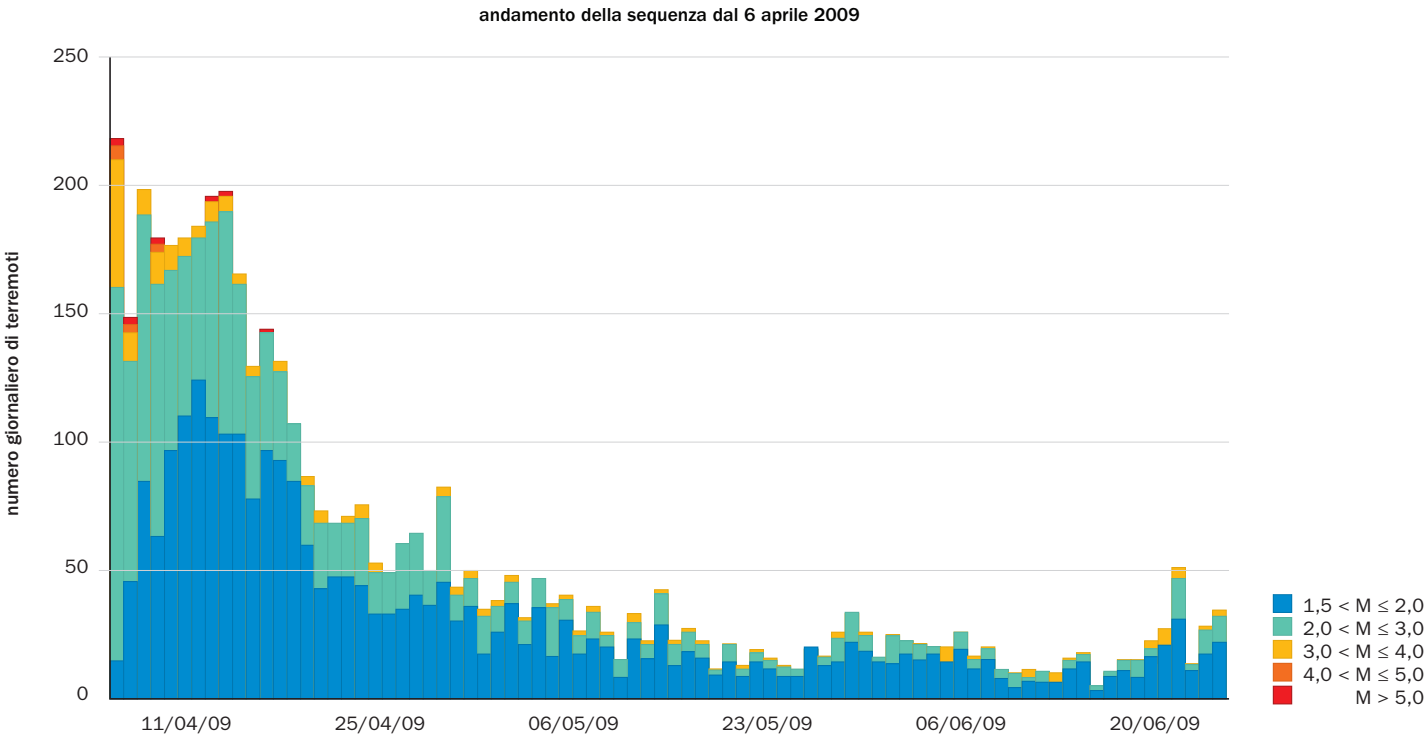
Nella prima metà del '900 si pensava che una faglia potesse essere trattata

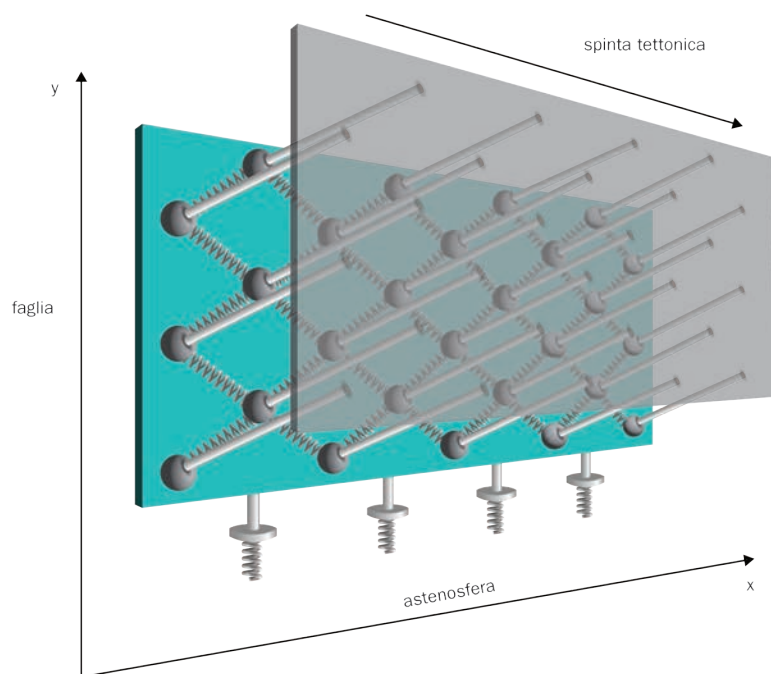
come un corpo rigido bloccato da una forza di attrito e soggetto a una forza crescente. Questo sistema può essere descritto come una massa, su un piano scabro, tirata da una molla, che si allunga a velocità costante molto bassa (pochi centimetri all'anno). Quando la forza elastica supera quella di attrito si ha un terremoto, con la molla che si accorcia quasi istantaneamente e la massa che viene nuovamente bloccata dall'attrito. Secondo questo modello, una faglia produce terremoti della stessa taglia caratteristica ed equidistanti nel tempo, di conseguenza prevedibili.

Questo semplice modello purtroppo non è in accordo con l'osservazione che la stessa faglia può produrre terremoti molto diversi tra di loro e organizzati nel tempo in modo irregolare. Ciò ha favorito l'ipotesi che la genesi di un terremoto sia un processo caotico, intrinsecamente imprevedibile, per cui un terremoto distruttivo e uno impercettibile nascono praticamente allo stesso modo. Allo stesso tempo, quando si considerano le proprietà statistiche di un insieme di molti terremoti, si trova che esse seguono leggi empiriche ben determinate. Queste leggi hanno un carattere "universale", nel senso che, nonostante il tasso sismico cambi molto da area ad area, si ritrovano le stesse leggi nelle diverse aree geografiche e in diversi periodi temporali. Ad esempio, il numero di terremoti di una certa magnitudo segue una legge di potenza decrescente con l'energia rilasciata dal terremoto (legge di Gutenberg-Richter), con un esponente universale. Si osservano, quindi, ovunque, pochi grandi terremoti e un gran numero di piccoli eventi. Inoltre, un grande terremoto è seguito da un'improvvisa crescita del tasso sismico, dovuta a terremoti secondari detti "aftershock"

(vd. fig. b). Il loro numero decresce come una legge di potenza in funzione del tempo trascorso dal terremoto che li ha innescati. Questa è una legge empirica nota da più di un secolo, la legge di Omori. L'insieme delle osservazioni sperimentali, con comportamenti a legge di potenza, implica l'assenza di grandezze caratteristiche, come energia o distanze spazio-temporali. Questo è un chiaro segno che la crosta terrestre è un sistema complesso, dove molti gradi di libertà interagiscono tra loro, in base a leggi anche semplici e ben note su scala microscopica, dando però origine a comportamenti macroscopici inattesi sulla base della conoscenza di tali leggi. Come è possibile conciliare l'irregolarità del singolo terremoto con la regolarità osservata nelle proprietà statistiche dell'accadimento sismico? Una risposta a questa domanda si ha sostituendo la descrizione della faglia come un blocco rigido con quella più realistica, in cui una faglia è un insieme di tanti blocchi elementari collegati tra di loro da molle (vd. fig. c). Il problema semplice del moto deterministico di una singola massa va sostituito con la dinamica complessa di tante masse interagenti tra loro, in

b. Numero di *aftershock* registrati giornalmente dopo il terremoto dell'Aquila del 6 aprile 2009. I diversi colori indicano diversi intervalli di magnitudo (adattamento da dati INGV).





c. Rappresentazione schematica del modello di faglia sismica.

Il piano di faglia è modellizzato come un'interfaccia elastica costituita da masse collegate tramite molle e tirate da una forza nella direzione x che cresce con velocità costante nel tempo (spinta tettonica). Il piano interagisce in modo visco-elastico (pistoncini) con la parte sottostante della crosta terrestre (l'astenosfera).

cui una massa tende a trasportare con sé le masse a cui è elasticamente connessa. Esse possono spostarsi a loro volta, coinvolgendo altre masse in un processo a cascata che può essere imprevedibile e caotico.

Tuttavia, la dinamica di un'interfaccia elastica soggetta a una forza esterna, descrizione comune a molti sistemi fisici, dà origine a comportamenti universali, come mostrato da Giorgio Parisi insieme a Mehran Kardar e Yi-Cheng Zhang per interfacce con accoppiamenti anche di tipo non elastico. Questi sistemi sono usualmente studiati nell'ipotesi di una forza costante applicata a ciascuna massa, il cui valore deve superare una soglia critica affinché l'interfaccia si muova. Per una forza applicata pari al valore di soglia, l'interfaccia evolve in modo intermittente, con segmenti che restano bloccati e altri che si spostano insieme, come tanti terremoti. A differenza dei modelli di interfaccia, nella dinamica dei terremoti la forza applicata a una faglia, tramite una molla, non è costante: la molla si allunga quando la singola massa è bloccata e si accorcia quando slitta. In questo modo il sistema si auto-organizza per mantenersi sempre vicino al valore critico della forza applicata. Questo approccio può spiegare alcune leggi universali come la legge di Gutenberg-Richter, ma non è in grado di riprodurre l'accadimento degli *aftershock*.

Negli ultimi 15 anni, grazie alla capacità di apprezzare piccole deformazioni della crosta terrestre mediante GPS, si è capito che gli *aftershock* possono essere legati alle deformazioni lente che un terremoto induce nella parte più profonda della crosta terrestre. Questa zona, che si trova a temperatura più alta, ha un comportamento di tipo duttile, come una molla che non si deforma tutta istantaneamente ma con un ritardo temporale. Il meccanismo può essere modellizzato assumendo un accoppiamento tra le masse non solo mediante le classiche molle elastiche, ma anche con elementi più complessi, di tipo visco-elastico. In questo modo si riesce a spiegare l'origine degli *aftershock* e si è in grado di riprodurre il loro accadimento nel tempo. Il successo di questi modelli indica che la fisica dei sistemi complessi applicati ai terremoti diventa fondamentale nell'identificare i limiti intrinseci della previsione sismica e nell'individuare le grandezze fisiche rilevanti da monitorare a tal fine. Tale approccio non si limita solo all'accadimento sismico. Infatti, esistono in natura altri processi che presentano leggi statistiche simili a quelle dei terremoti. Ad esempio, le eruzioni solari seguono leggi come la legge di Gutenberg-Richter o la legge di Omori, con un comportamento universale. Ciò suggerisce che altri fenomeni naturali, anche molto diversi dai terremoti, possano condividere con essi una modellizzazione ispirata alla dinamica di interfaccia.

Biografia

Lucilla de Arcangelis è professore di fisica teorica presso l'Università della Campania "L. Vanvitelli". I suoi interessi di ricerca spaziano dalla percolazione ai frattali, dagli automi cellulari agli *spin glass* e ai modelli per frattura e gelificazione. Recentemente, ha concentrato la sua ricerca sulle proprietà statistiche dell'accadimento di terremoti ed eruzioni solari e sulle proprietà critiche dell'attività cerebrale spontanea.

Eugenio Lippiello è professore di fisica teorica presso l'Università della Campania "L. Vanvitelli". I suoi interessi di ricerca sono nell'ambito della meccanica statistica del non equilibrio, con applicazioni a sistemi complessi, mezzi granulari e valutazione della pericolosità sismica.

Dove va questo virus?

Come si diffondono le epidemie

di Nicola Perra



a.
La diffusione di una malattia infettiva è un fenomeno strettamente connesso alla sfera biologica, medica, sociale e politica. La complessità emerge su più livelli che si influenzano l'un l'altro.

La pandemia di COVID-19, in corso ormai da più di due anni, ha stimolato un forte interesse dell'opinione pubblica nei confronti della trasmissione di patogeni. Come ormai è chiaro dagli infiniti dibattiti nei media e dalle varie misure messe in atto, la diffusione di una malattia infettiva comprende sfere ampie, diverse e connesse che si estendono da quelle biologiche e mediche, a quelle sociali e politiche. È un fenomeno emergente dalle interazioni, comportamenti e reazioni di animali, persone e istituzioni, e mutuato dalle caratteristiche socio-economiche e demografiche della popolazione, da quelle ambientali, e da quelle dell'agente

patogeno in questione. Le dinamiche in gioco sono tante, spesso non-lineari (variazioni in certe condizioni si ripercuotono in modo non proporzionale sui processi in gioco), adattive (le dinamiche sono interconnesse) e soggette al caso. La complessità quindi si annida e manifesta su più livelli e scale che interagiscono e si influenzano l'un l'altra. Uno dei livelli è sicuramente quello dei patogeni. Batteri, virus, funghi, parassiti sono le categorie più significative. La complessità in questa dimensione è evidente in tutti i processi molecolari, biologici ed evolutivi che portano all'emergenza, sviluppo e selezione dei

patogeni. Inoltre, è presente anche nelle dinamiche animali e ambientali. Spesso queste vedono l'intervento umano: agricoltura, allevamento, deforestazione, cambiamenti climatici sono esempi dei processi umani che possono influenzare l'arrivo di nuovi patogeni, l'adattamento di vecchi e portare alla nostra esposizione con questi agenti.

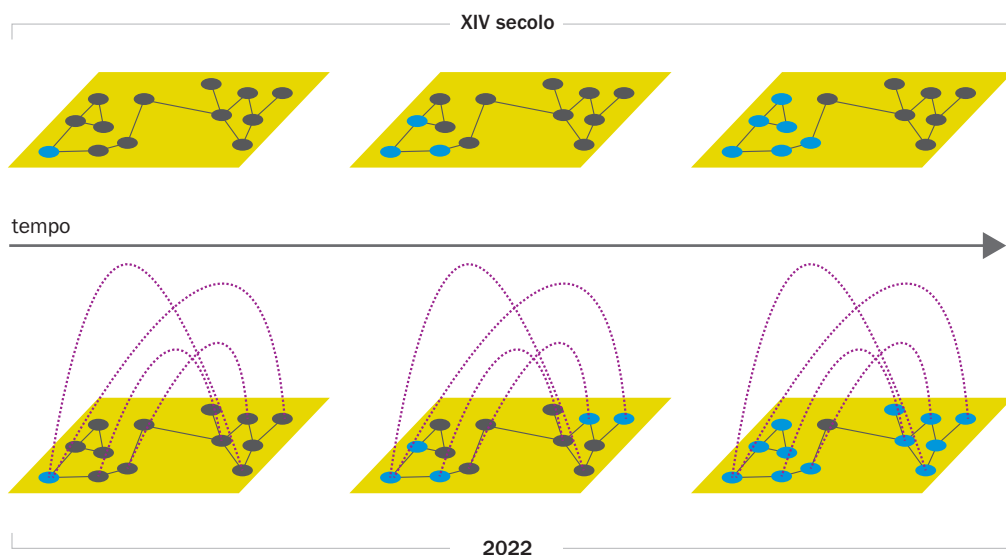
Un altro livello descrive le nostre interazioni sociali e i nostri movimenti. La tecnologia moderna permette di viaggiare oltre i confini nazionali in poche ore, di muoversi dentro le città in pochi minuti. La relativa prosperità economica e cooperazione tra comunità permettono una moltitudine di eventi e attività sociali. Siamo connessi come mai prima. Le caratteristiche della rete sociale che ci connettono danno forma e influenzano la diffusione di malattie infettive. La peste nera nel XIV secolo impiegò diversi anni per passare dalle coste della Sicilia a quelle dell'Inghilterra. Le dispute tra popoli, i mezzi di trasporto, la dimensione molto ridotta degli aggregati cittadini sono fattori cruciali che portarono a una diffusione non solo lenta ma fortemente limitata dalla geografia. La peste nera si diffuse infatti come un'onda in uno stagno. Nel 2020, invece, il virus SARS-CoV-2, responsabile dell'epidemia di COVID-19, ha impiegato solo qualche mese per arrivare in tutta Europa. La diffusione è avvenuta in modo molto diverso da un fronte d'onda. Grazie alle

caratteristiche del sistema di trasporto moderno ha potuto saltare di città in città, da nazione a nazione. I confini e le distanze non sono stati un fattore limitante, il virus si è diffuso sopra la rete complessa emergente dalla miriade di nostre interazioni, movimenti e dinamiche che agiscono su diverse scale.

Vale forse la pena di descrivere, anche solo in modo stilizzato, alcune delle proprietà di questa rete. Il numero e la frequenza delle connessioni sono estremamente eterogenei. La struttura della rete vede comunità, molto connesse internamente a diverse scale, che vanno dal quartiere e città, a nazioni e continenti. Le connessioni sono correlate con fattori demografici, socio-economici e culturali. Infine, la rete evolve con dinamiche temporali che vanno da *trend* periodici (giorni feriali e festivi) a correlazioni che influiscono sull'ordine e successione dei contatti. Queste proprietà influenzano la diffusione di malattie infettive dando vita a dinamiche non-lineari. Per esempio, l'eterogeneità nella distribuzione del numero di connessioni può portare a eventi cosiddetti di "superdiffusione", dove un singolo individuo dà origine a moltissime catene di infezione e a un'esplosione di contagi. Un altro livello è rappresentato dalla natura adattiva umana. La circolazione di una malattia infettiva può indurre variazioni spontanee dei nostri comportamenti e/o spingere governi a intervenire con chiusure

di attività sociali. Questi cambiamenti influenzano la diffusione del patogeno, perché modificano la rete sociale su cui si propaga. I nostri comportamenti e le malattie infettive sono interconnessi e si influenzano l'un l'altro con dinamiche non-lineari. Come se non bastasse, la modifica comportamentale è dipendente da fattori demografici, politici, sociali, economici e psicologici. Età, visioni politiche, educazione, fiducia nella scienza, esposizione a disinformazione sui media influiscono sulla nostra percezione di pericolo e di suscettibilità al patogeno spingendoci, o meno, a variazioni di comportamento. Inoltre, forti differenze di status socio-economico introducono barriere alla capacità di modificare comportamenti anche durante un'emergenza. Un chiaro esempio di questo si è avuto durante la pandemia di COVID-19, in cui una grande parte della popolazione mondiale non ha potuto permettersi di lavorare a distanza o di accedere a cure mediche e vaccini. Queste disuguaglianze purtroppo continuano a causare mortalità molto più elevate in gruppi svantaggiati della popolazione. A questo punto studiare le epidemie potrebbe sembrare un problema intrattabile, una causa persa. Invece, abbiamo a nostra disposizione un arsenale di metodi matematici e computazionali. Questi vengono utilizzati per descrivere esplicitamente solo alcuni dei livelli descritti sopra. Per esempio, i

b.
La figura schematizza la differenza tra la diffusione di un virus (indicato dal pallino azzurro) nel XIV secolo (sopra) e nel 2022 (sotto). I nodi descrivono le città, i link indicano le loro connessioni. Nel 2022 ci sono le connessioni a più lungo raggio tipiche della rete di trasporto moderna (in rosso). L'effetto è una dinamica di diffusione molto più veloce.



densità di popolazione



spostamenti per via aerea



spostamenti via terra



modelli epidemiologici che usiamo per caratterizzare la diffusione di patogeni in una popolazione non considerano i processi molecolari (che sono materia di altre discipline), ma solo i contagi nella rete sociale. Molte dinamiche e scale, quindi, sono nascoste e rappresentate da semplici parametri.

Esplorare il ruolo della complessità in epidemiologia ha permesso di compiere passi da gigante. I modelli epidemiologici più sofisticati sono ora in grado di prevedere l'evoluzione di una pandemia con settimane (tipicamente da 1 a 4) di anticipo, stimare il rischio di importazione internazionale di un nuovo patogeno, quantificare l'impatto di misure di contenimento, produrre scenari sul lungo periodo e molto di più. I progressi in questo campo sono legati anche alla rivoluzione digitale. Infatti, le tracce che lasciamo usando smartphone, app e computer

offrono opportunità, solo venti anni fa impensabili, di osservare e modellizzare le nostre interazioni, movimenti, reazioni e altre dinamiche come un vero e proprio fenomeno naturale. La stratificazione dei contatti sociali per classi di età, il flusso di viaggiatori tra quartieri, città o nazioni, le variazioni di mobilità dovute a restrizioni governative sono esempi di input usati nei modelli sviluppati per lo studio di COVID-19.

Nonostante il progresso, sono ancora molte le dinamiche che capiamo solo parzialmente. Il *feedback* che lega le epidemie con i cambi di comportamento è uno degli esempi più lampanti. La risposta all'emergenza COVID-19 in Italia, come nel resto del mondo, mostra chiaramente molte lacune. Progredire nella comprensione della complessità in questi fenomeni è cruciale per farci trovare più preparati alla prossima pandemia.

c.
Esempio di schematizzazione di un modello epidemiologico. Alla struttura geografica, caratterizzata dalla distribuzione della popolazione, è possibile aggiungere le dinamiche degli spostamenti a lungo raggio (per via aerea) e di quelli a più corto raggio (via terra) tipici delle varie zone, permettendo così di descrivere e modellizzare la diffusione di una epidemia.

Biografia

Nicola Perra è professore di matematica applicata dell'Università Queen Mary di Londra. La sua ricerca si focalizza sullo studio delle reti complesse, epidemiologia digitale e dinamiche sociali.

Il tutto e le parti

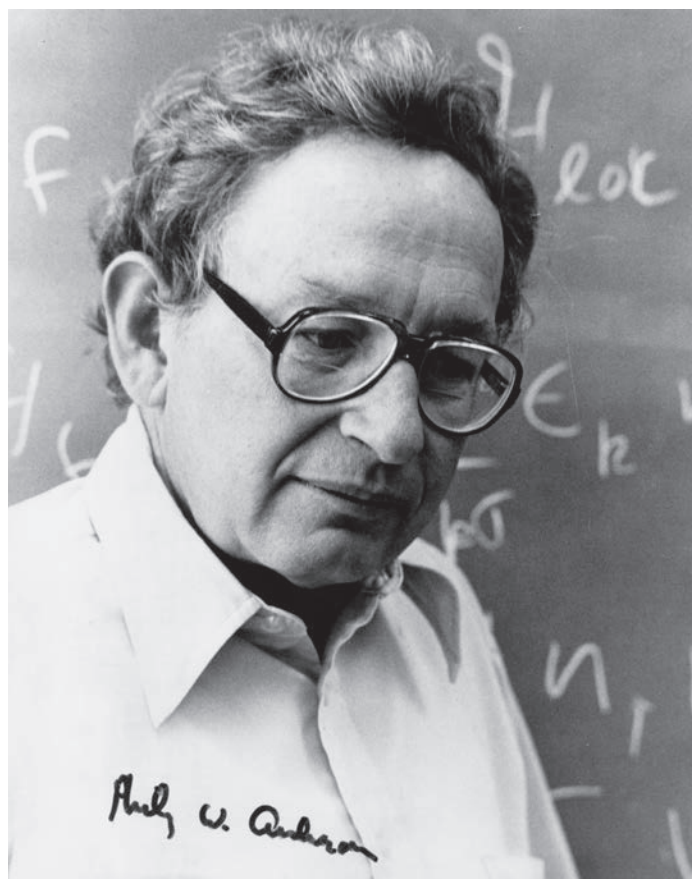
di Carlo Di Castro

professore emerito della Sapienza Università di Roma

“Il tutto non solo ha qualcosa in più, ma è anche molto diverso dalla somma delle singole parti”, scriveva Phil W. Anderson nel suo famoso articolo del 1972 “More is different” su Science. Ci sono, cioè, sistemi – che chiamiamo “complessi”, precisando così la nostra idea di complessità – per i quali la conoscenza del comportamento dei singoli elementi costitutivi (atomi, elettroni, spin ... storni) non fornisce direttamente la conoscenza del comportamento del sistema nel suo insieme. Questo viene ad avere delle proprietà collettive “emergenti”, come indicato da David Pines, uno dei fondatori insieme ad Anderson del Santa Fe Institute per lo studio della complessità. Esempi di comportamenti auto-emergenti si trovano ovunque attorno a noi, e vanno dalla cristallizzazione degli atomi di un liquido, alla magnetizzazione di una calamita, alla superconduttività, per arrivare al volo collettivo degli stormi. (Va detto subito che “complessità” e “proprietà emergenti” sono concetti dalla forte carica immaginifica, che, in mano a divulgatori disattenti, rischiano di minare il potenziale razionale e predittivo della scienza, proponendola, agli occhi dei non addetti ai lavori, sotto un aspetto magico e taumaturgico.)

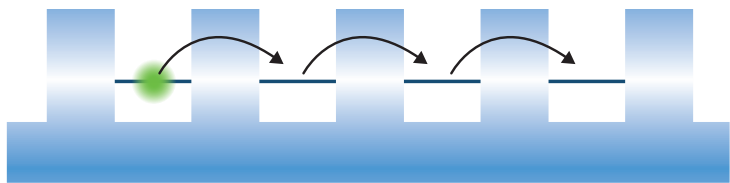
La fisica è regolata da uno schema riduzionista (in senso strutturale), per il quale le proprietà dei sistemi macroscopici sorgono come conseguenza delle interazioni presenti tra i “componenti elementari” del sistema e si ottengono come risposte, anche complicate, a sollecitazioni esterne (si pensi alla suscettività magnetica, ottenuta variando la magnetizzazione al variare del campo magnetico). A partire dalla seconda metà dell’800, questo schema è stato alla base della meccanica statistica, che permette di “ricostruire”, attraverso un’operazione di media, il comportamento di un gran numero (dell’ordine di 10^{23}) di oggetti elementari interagenti e di spiegare la molteplicità del macroscopico in termini del piccolo e semplice. Ma non sempre, come scriveva Anderson, il riduzionismo implica il “costruttivismo”, o la comprensione di come avviene il processo di differenziazione.

Un esempio che ci permetterà di seguire come avviene questo processo è quello della conducibilità elettrica nei metalli in

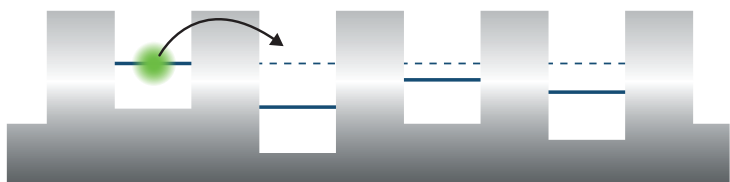


a.
Philip W. Anderson (1923-2020), pioniere degli studi sulla complessità, premio Nobel per la fisica nel 1977.

cristallo ordinato



cristallo disordinato



b.

In un cristallo ordinato (in alto), i livelli di energia degli elettroni sono gli stessi in ogni buca di potenziale e gli elettroni possono facilmente attraversare le barriere, dando luogo alla conduzione elettrica. In un cristallo disordinato (in basso), ci sono disuniformità nei livelli di energia che inibiscono il moto degli elettroni e producono la localizzazione.

presenza del disordine. Questa può essere determinata, in prima battuta, facendo una media sul trasporto di carica degli elettroni di conduzione, trattati come un gas di particelle non interagenti, salvo quando urtano con impurezze distribuite in modo casuale (la cosiddetta teoria di Drude-Sommerfeld). Un primo livello di difficoltà, non di complessità, è stato risolto tenendo conto anche dell'interazione tra gli elettroni con la teoria paradigmatica dei "liquidi normali di Fermi" dovuta a Lev D. Landau, sostituendo il gas di particelle con un gas di "quasi-particelle" con massa efficace maggiore di quella degli elettroni, per tener conto del rallentamento causato dall'interazione tra loro.

Aumentando il disordine si può aumentare la resistenza elettrica, ma mai passare con continuità da un metallo resistivo a un isolante, come invece si osserva sperimentalmente (ad esempio, nel silicio drogato con fosforo). Nel 1958, P. W. Anderson nel lavoro "On the absence of diffusion" (per il quale ebbe il premio Nobel nel 1977) fece un primo cambio di paradigma. Invece di considerare l'effetto in media del disordine sugli elettroni delocalizzati, lo introdusse facendo variare i livelli di energia in modo aleatorio da sito a sito di un reticolo. Nel caso di forte disordine è difficile

che l'elettrone trovi un livello di energia compatibile in un sito vicino per potersi muovere, la funzione d'onda diventa localizzata e il sistema isolante (transizione di localizzazione di Anderson). Il fenomeno è stato poi osservato anche per altri tipi di onde. La complessità di questa transizione ha la localizzazione come proprietà emergente, ma come vedremo il processo non finisce qui.

L'esplorazione dei meccanismi delle transizioni di fase, aperta da Lev D. Landau fin dal 1937, è stata al centro della ricerca in materia condensata nella seconda metà del secolo scorso e ha dato il via allo studio dei comportamenti collettivi complessi. In una transizione di fase si ha in genere un passaggio da una fase disordinata e più simmetrica a una fase ordinata e meno simmetrica. Si pensi, per esempio, al caso magnetico, in cui nel passaggio dalla fase paramagnetica a quella ferromagnetica i "magnetini" atomici, prima orientati in tutte le direzioni, rompono la simmetria originaria e tendono ad allinearsi spontaneamente in una direzione, dando luogo a una magnetizzazione spontanea in assenza di campo esterno, che dà la misura dell'ordine autogenerato, cioè funge da "parametro d'ordine". In generale, avvicinandoci al punto di instabilità da una fase all'altra (il punto

“critico”) le funzioni di risposta e in particolare quella connessa al parametro d'ordine (nel caso in questione, la suscettività magnetica) divergono come preludio della transizione stessa, secondo leggi di potenza con esponenti universali per classi di sistemi che nella transizione hanno la stessa rottura di simmetria. Questo comportamento singolare universale è dovuto all'estendersi delle fluttuazioni del parametro d'ordine in prossimità del punto critico. In generale, si formano bolle di fluttuazioni del parametro d'ordine la cui lunghezza, detta di “correlazione”, diventa infinita al punto critico. Tutti i singoli costituenti del sistema risultano correlati tra loro, generando un problema a infiniti gradi di libertà. La descrizione in termini di particelle singole o quasiparticelle, dominante nella fisica della materia condensata fino agli anni '70, perde di significato, e si deve trovare un altro schema interpretativo.

Poiché al punto critico la distanza di correlazione è infinita, le correlazioni tra le varie parti del sistema non dipendono dalle loro dimensioni e la sequenza si ripete su tutte le scale spaziali, con una proprietà di invarianza di scala, o “auto-similarità”.

Questo fenomeno ci fornisce uno schema generale di “filtro”, realizzato tecnicamente dalle trasformazioni del cosiddetto “gruppo di rinormalizzazione” di Ken Wilson, ma proposto originariamente a Roma, che permette di passare da un sistema a un altro “riscaldato” in grandezza su blocchi sempre più grandi. Le informazioni a breve distanza, ritenute inessenziali per la descrizione del fenomeno critico, vengono eliminate e si mettono in risalto le proprietà a grandi distanze, come l'andamento a potenza delle varie grandezze fisiche, che diventano calcolabili esplicitamente. Lo schema riduzionistico di costruzione dal microscopico semplice al macroscopico complesso non viene abbandonato: se ne fa il giusto uso attraverso l'eliminazione delle variabili irrilevanti e un processo di filtraggio di quelle rilevanti. In altri termini, il riduzionismo da strutturale diventa metodologico.

“A ogni livello di complessità, appaiono nuove proprietà”, diceva Anderson. L'esempio della conducibilità elettrica nei

sistemi elettronici disordinati permette di contestualizzare e completare questo percorso di aumento della complessità con l'emergere di nuove proprietà. Con il modello di Anderson – che tiene conto del disordine ma non dell'interazione tra gli elettroni – si ha una transizione metallo-isolante il cui parametro di controllo è il disordine, misurato dalla conduttanza del materiale, e la procedura di *rescaling* per questa grandezza fornisce le leggi di potenza con le diverse classi di universalità per questa transizione. Negli anni '80, però, esperimenti su leghe semiconduttore-metallo (Ge-Au, Nb-Si ecc.) hanno evidenziato un disaccordo con le previsioni della localizzazione di Anderson. Si è quindi dovuto studiare il problema ancora più complesso dei sistemi di elettroni interagenti in presenza del disordine. Il rallentamento degli elettroni dovuto al forte disordine porta a un'interazione tra gli elettroni ritardata, che nel processo di *rescaling* si evolve con termini (il singoletto localizzante e il tripletto anti-localizzante) in competizione tra loro. Si hanno diverse classi di transizioni metallo-isolante, quando il tripletto viene ridotto come in presenza di impurezze magnetiche. Le impurezze non magnetiche invece non riducono il termine di tripletto e l'effetto della frustrazione introdotta dinamicamente è forte. Si possono allora generare diversi stati di equilibrio locale con *cluster* di spin con problemi simili ai vetri di spin (vd. p. 12, ndr). Per questi ultimi la frustrazione introduce difficoltà concettuali e tecniche nelle procedure di semplificazione e di filtraggio descritte poc'anzi. Per esempio, qual è il parametro d'ordine, o cosa lo sostituisce, e con quale rottura di simmetria è connesso? A queste domande i lavori di Giorgio Parisi hanno dato una chiara risposta, che ha aperto la strada a investigazioni nei campi più svariati, dalla biologia all'economia, dalla sociologia all'etologia. Tuttavia, ogni sistema complesso è diverso dall'altro e nessun approccio e nessuna procedura sono così generali da costituire un paradigma della complessità e dal dispensare il ricercatore dall'analisi competente del sistema oggetto del suo studio, che in un approccio interdisciplinare eviti di fare della complessità la scienza del tutto cioè del nulla.



c.
Kenneth G. Wilson (1936-2013), premio Nobel per la fisica nel 1982 per la sua teoria dei fenomeni critici basata sul gruppo di rinormalizzazione.

[as] intersezioni

Il seme del caos

di Marco Malvaldi

chimico e scrittore

Quando scomparve, il 22 luglio del 1841, Mary Cecilia Rogers era famosa per essere famosa. Era la banconista di Anderson a Broadway, il negozio di sigari migliore di tutta Manhattan, frequentato da signori facoltosi di ogni provenienza. E Mary, grazie alla sua bellezza, divenne presto nota in tutta la città. Una notorietà che da civettuola divenne tragica quando la ragazza scomparve, per essere ritrovata cadavere, soffocata dopo essere stata violentata. Le indagini ufficiali si intricarono fin da subito. Testimoni oculari, sulla scia di una lettera anonima, asserirono di aver visto Mary recarsi nel punto del ritrovamento, a Hoboken, insieme a sei uomini, ridendo e scherzando. Una locandiera, un mese dopo, assicurò invece che Mary era entrata nella sua taverna in compagnia di un solo uomo, alto ed elegante. Pochi giorni dopo il fidanzato di Mary si suicidò. Fu questa orribile vicenda, probabilmente, a gettare il primo seme della teoria del caos. A piantarlo non fu un matematico o un fisico, ma un romanziere. Nel 1842 uscì a puntate, su un giornale femminile, "The Ladies' Companion", la seconda avventura del cavalier Dupin, "Il mistero di Marie Rôget", nel quale il geniale investigatore nato dalla penna e dalla bottiglia di Edgar Allan Poe si occupa dell'assassinio di una bella giovane parigina, Marie Rôget, il cui cadavere viene trovato lungo l'argine della Senna. Nel racconto di Poe, Dupin, geniale investigatore armato di spirito di osservazione, di una logica ferrea e di uno stile di ragionamento matematico che alterna induzione e deduzione,

osserva come una indagine possa condurre a conclusioni completamente diverse a seconda che un piccolo dettaglio, apparentemente insignificante, sia trascurato o compreso nell'analisi. Le parole di Poe, tramite Dupin, sono queste: "Perché riguardo alla seconda parte della supposizione, bisogna ricordare che la differenza più insignificante fra i fatti dei due casi potrebbe provocare errori importantissimi, facendo divergere profondamente le due serie di avvenimenti; proprio come nell'aritmetica un errore che di per sé non avrebbe importanza produce alla fine, a forza di moltiplicarsi nei vari passaggi del calcolo, un risultato enormemente diverso da quello giusto".

L'osservazione di Dupin è, a tutti gli effetti, una perfetta descrizione della prima caratteristica di ogni sistema caotico che si rispetti: la dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali. Se cambio il punto di partenza di una virgola, di un niente, di una quantità che potrebbe essere impercettibile all'occhio umano o alle strumentazioni, lo sviluppo futuro di un sistema caotico può divergere in maniera imprevedibile.

Edgar Allan Poe, come fanno molti matematici, si occupa di un sistema modello, che esiste solo sulla carta: una giovane francese che abita a Parigi e le cui caratteristiche note ricordano, molto da vicino, quelle di Mary Rogers. E lavorando di fantasia su quello, cerca di scoprire la verità. La stessa cosa che farà, qualche decennio più tardi, un altro signore che guarda caso vive a Parigi e che guarda caso è un matematico,



THE MYSTERY OF MARIE ROGËT

a.
Illustrazione per "Il
Mistero di Marie Rogêt"
(edizione del 1853).

proprio come Auguste Dupin e come il ministro D., il protagonista de “La lettera rubata”. Il suo nome è Henri Poincaré.

La storia del caos riprende nel 1885, quando Poincaré partecipa al concorso bandito dal re Oscar II di Svezia & Norvegia destinato al solutore di un importante problema matematico, il cosiddetto problema degli N corpi: la risoluzione delle equazioni del moto di un numero arbitrario di corpi che si attraggono secondo la legge della gravità di Newton.

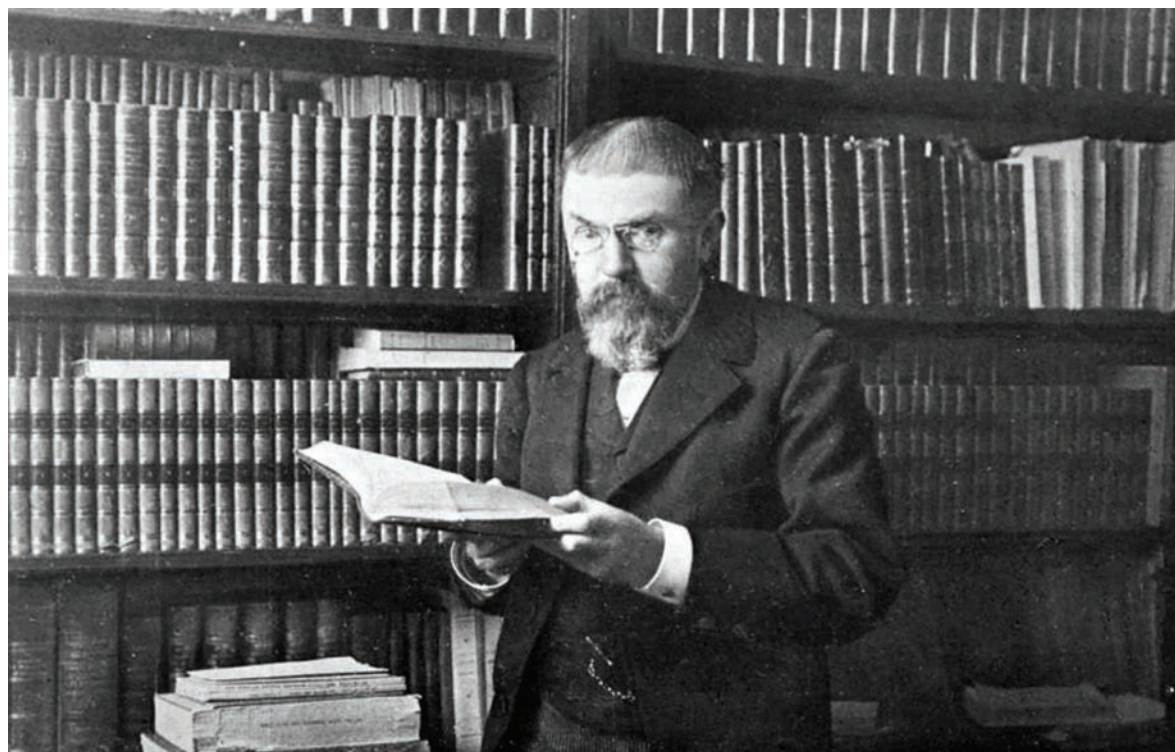
Il problema è un vero problema, perché non è risolubile. Se il sistema fisico consiste di due corpi, sappiamo risolverlo in maniera completa; ma se i corpi sono tre, non abbiamo la minima speranza di trovare una soluzione completa. È una specie di *koan* buddista: analizzandolo, approssimandolo, ragionandoci si possono trovare molte soluzioni interessanti a problemi che ci angustiano davvero. E Poincaré una soluzione interessante la trova, e la invia alla Augusta Commissione. Il trattato è geniale, elegante, e convincente, e Poincaré vince il premio. Denari, onori, e la pubblicazione. Andrebbe tutto bene, se non fosse per il correttore di bozze.

Il correttore si chiama Edvard Phragmén, è un matematico e non trova le dimostrazioni. Certo che non le trova: non ci sono. Poincaré molto spesso andava a intuito, se una cosa gli suonava possibile, era vera, la scrivo come teorema e basti lì. Per cui, nella rilettura delle bozze e nella dolorosa pratica di dover dimostrare le proprie asserzioni, Poincaré trova un errore. Un errore nel suo ragionamento, che però gli fa venire in mente una nuova teoria. In seguito a un errore, coerentemente, nasce il caos.

Un sistema caotico ha due caratteristiche: la prima è la cosiddetta “dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali”; la

seconda è che, se si aspetta un tempo abbastanza lungo, il sistema tornerà in una situazione arbitrariamente vicina a quella di partenza. Non sappiamo quanto tempo ci voglia, ma solo che prima o poi succederà. Fu questo concetto il contributo decisivo di Poincaré: le cose si ripetono, simili ma non uguali, se si aspetta abbastanza a lungo – ma non sappiamo quanto a lungo. Poe raccontava storie di persone; Poincaré studiava l'evoluzione dei pianeti. Entrambi si occupavano di entità inesistenti, personaggi fittizi che incarnavano signorine e signori reali, o pianeti puntiformi e perfetti, platonici ma ben lontani dall'essere prevedibili. Entrambi, in realtà, non si occupavano di oggetti singoli, ma di capire le relazioni fra gli oggetti. Cercavano di capire gli eventi, ovvero cosa fanno due o più oggetti se combinati insieme. Non cercavano di capire cosa capita agli oggetti, ma cosa deve fare il nostro cervello per prevedere il loro futuro. E, a proposito di cervello, non so se Poincaré abbia mai letto Poe. Di sicuro era un avido lettore, e di sicuro negli anni '80 dell'800 Poe era popolarissimo a Parigi. Magari lo ha letto lui stesso, magari qualcuno dei suoi amici gliene ha parlato. Di sicuro, in vari articoli, Poincaré usa gli stessi esempi di Poe. Non so: forse, senza il racconto di Poe, la teoria del caos sarebbe nata ugualmente, o forse no. A me piace pensare di no, e anzi ne sono fermamente convinto.

Testo adattato dal catalogo della mostra “Incertezza. Interpretare il presente, prevedere il futuro”, a cura di INFN (Roma, Palazzo delle Esposizioni, 2021-2022).



b.
Jules-Henri Poincaré (1854-1912), matematico, fisico e filosofo, è stato uno degli ultimi scienziati universali. Con le sue ricerche sul problema dei tre corpi ha aperto la strada alla teoria del caos.

[as] riflessi

Il lato complesso dell'economia

di Matteo Massicci

Fornire modelli e previsioni economiche affidabili per ogni singolo paese attraverso un processo di analisi dati oggettivo e privo di assunzioni ideologiche, guidato da metodologie scientifiche impiegate per lo studio dei fenomeni complessi. È questo l'obiettivo dell'Economic Fitness and Complexity, nuova disciplina all'interfaccia tra fisica ed economia, sviluppata da gruppi della Sapienza Università di Roma e dell'Istituto dei Sistemi Complessi del Consiglio Nazionale delle Ricerche (ISC-CNR), i cui ricercatori sono poi per lo più confluiti nel Centro Ricerche Enrico Fermi (CREF). Queste attività di ricerca sono caratterizzate dall'adozione di strumenti matematici provenienti dalla fisica statistica dei sistemi complessi per lo studio dell'economia, la quale, alla luce dell'odierna globalizzazione e interdipendenza dei mercati, mostra oggi più che mai tutta la sua natura complessa. Tra i padri di questo innovativo approccio all'indagine economica abbiamo intervistato Luciano Pietronero, presidente del CREF.

[as]: Che cos'è e quando nasce l'econofisica?

[Pietronero]: L'econofisica nasce all'inizio degli anni '90, quando, sulla base delle evidenze già da tempo comprovate, che dimostravano come la distribuzione di alcuni parametri economici fosse descritta da leggi di potenza, mostrando quindi un comportamento complesso, alcuni fisici decisero di impiegare i modelli di riferimento per lo studio dei sistemi complessi, opportunamente adattati, all'analisi delle variabili e delle problematiche economiche. Tuttavia, pur fornendo una metodologia più potente rispetto a quelle all'epoca a disposizione, un tale approccio rimane limitato, poiché affronta empiricamente alcune questioni soprattutto finanziarie, proiettandole direttamente su problemi fisici ben noti come il modello di Ising e l'universalità, ma non tenendo conto delle peculiarità del sistema economico.

[as]: Quali sono le differenze tra econofisica e l'Economic Fitness and Complexity?

[P]: A differenza dell'econofisica, l'Economic Fitness and Complexity, nata all'incirca sette anni fa grazie al lavoro svolto dai ricercatori dell'Università Sapienza e del ISC-CNR, utilizza il rigore e la metodologia della fisica, ma introduce concetti e modelli nuovi e più aderenti alle problematiche economiche, soprattutto in relazione allo sviluppo industriale e alla crescita dei paesi. Rispetto all'economia, si fa oggi portatrice di un cambio di paradigma concernente l'elaborazione di modelli



teorici pienamente scientifici ed empirici, che siano capaci di descrivere le specificità delle varie realtà economiche e che non siano invece calati dall'alto a prescindere dal contesto di riferimento, come ancora accade nell'applicazione delle principali teorie economiche.

[as]: Su che tipo di sistema complesso si concentra il vostro approccio all'indagine economica e a quali metodi e strumenti fa ricorso?

[P]: Il fattore di complessità che contraddistingue la disciplina economica proposta è intrinseco alla metodologia utilizzata per effettuare le nostre analisi. Infatti, mentre le valutazioni standard di crescita dei paesi effettuate da grandi istituzioni come il fondo monetario internazionale vengono condotte puntualmente a partire dai dati relativi alle singole nazioni, l'Economic Fitness and Complexity pone la sua attenzione sul network economico complessivo, composto dall'insieme delle interazioni tra stati derivanti dallo scambio di prodotti, servizi e materie prime, estrapolando le informazioni di interesse attraverso un'analisi algoritmica simile a quella impiegata da Google per ottenere i propri risultati di ricerca. Di fondamentale importanza per questa tipologia di indagini è la grande quantità di dati oggi disponibili, e in particolare l'abbondanza di dati relativi ai prodotti esportati e importati, che, essendo definiti in maniera univoca da tutte le dogane del mondo, consentono di tracciare il network economico complessivo di partenza e di diminuire il rumore matematico prodotto dall'analisi di informazioni di natura diversa.

[as]: Quali sono gli obiettivi e che tipo di risposte riesce a fornire questa disciplina?

[P]: L'indicatore di interesse che abbiamo introdotto con il nostro approccio è quello che dà il nome alla disciplina, ovvero la Fitness, che si configura come una proprietà emergente del sistema complesso di riferimento studiato, il network economico complessivo, e che fornisce il valore della competitività industriale di un paese. Dal punto di vista matematico, essa è ottenuta moltiplicando, e quindi pesando, il grado di diversificazione posseduto dai prodotti realizzati da un paese, che a sua volta ci restituisce la resilienza del mercato interno al mutare delle condizioni economiche, al grado di complessità dei prodotti, che riflette invece la complessità e l'esclusività di questi ultimi, associate generalmente a guadagni maggiori. I risultati che è quindi possibile ottenere grazie all'Economic Fitness and Complexity, disciplina già validata da alcuni casi di studio emblematici e attualmente utilizzata dalla Commissione Europea e dalla World Bank, dimostrano infine come le capacità di crescita dei paesi non dipenda dalla loro ricchezza o da parametri come il PIL pro capite, ma dal valore della loro Fitness, il quale può rappresentare un prezioso strumento, con cui pianificare e attuare misure economiche appropriate ai singoli contesti oggetto d'indagine.



a.
L'economia di una nazione rappresenta un esempio di sistema complesso.

[as] traiettorie

Il disordine che non guasta

di Giuliana Galati



In questo numero di Asimmetrie abbiamo incontrato i vetri di spin: espressione che, per la prima parte (vetri), ci suona familiare, ma nella seconda (spin) diventa misteriosa. Eppure, anche i familiari vetri nascondono complessi misteri e, pertanto, meritano di dire la loro.

[as]: Scusate il ritardo, è da molto che siete qui?

[vetri]: Beh abbastanza... Su questa Terra saranno più di 5000 anni! I nostri eleganti antenati adornavano la Mesopotamia già nel III millennio a.C., poi c'erano i cugini egiziani ai tempi dei Faraoni e circa 1000 anni dopo eravamo anche in India, Cina, e probabilmente anche in Sardegna, ... Insomma, ben presto abbiamo conquistato il mondo con la nostra forza!

[as]: Che cosa vi rende così unici?

[vetri]: Ma ci hai visto?

[as]: Sì... diciamo che vedo voi e attraverso di voi!

[vetri]: Ecco, appunto! In pochi immaginano che nella nostra struttura ci siano atomi o molecole in disordine. Invece il disordine è proprio uno dei nostri punti di forza, checché ne dicano le mamme e i papà! Pensa che in termini di organizzazione molecolare sembriamo essere in uno stato liquido, anche se siamo solidi perché non ci deformiamo facilmente. Quando veniamo creati, la nostra peggiore paura è diventare cristalli. Dallo stato liquido bisogna raffreddarci velocemente in modo da impedire che i nostri costituenti possano ordinarsi in strutture cristalline.



a.
Processo di produzione
del vetro.

[as]: Quanto velocemente?

[vetri]: Dipende dal materiale di partenza. Per alcuni vetri il raffreddamento dev'essere rapidissimo: più di 100 gradi al secondo! Il vetro comune è fatto sostanzialmente di sabbia silicea, o biossido di silicio per voler essere precisi. Poi a seconda degli usi si aggiungono altri materiali. Per esempio, per un bicchiere brillante si aggiunge ossido di piombo. L'avresti mai detto?

[as]: Decisamente no, sabbia e piombo sembrano materiali completamente diversi dal vetro! Un'altra caratteristica che mi ha sempre incuriosito è il vostro essere fragili e resistenti allo stesso tempo. Anche questo dipende dalle sostanze aggiunte in fase di produzione?

[vetri]: Esattamente. Per esempio, nel 2015 un gruppo di ricercatori dell'Università di Tokyo ha creato un vetro molto resistente aggiungendo alla sabbia silicea dell'ossido di alluminio, anche detto "allumina". Non è un'impresa banale, perché l'allumina tende a formare i nostri nemici cristalli, interrompendo la formazione del vetro. Per evitarlo hanno inserito altre sostanze e sviluppato un processo di produzione che non richiedesse l'uso di contenitori: hanno frantumato insieme le polveri di allumina e ossido di tantalio ad alta pressione, raggiunto le temperature necessarie, intorno agli 850 °C, e poi hanno usato ossigeno gassoso per far levitare i campioni nell'aria, fondendoli con due laser. Come vedi siamo ancora oggetto di ricerche e nuove scoperte!

[as]: E noi aspettiamo con ansia gli ultimi ritrovati scientifici! Chissà se un giorno si useranno questi vetri super resistenti per gli schermi dei nostri smartphone... Potete farci qualche esempio di scoperte recenti che vi riguardano?

[vetri]: Anche più di uno! Per esempio, possiamo conservare i vostri segreti praticamente per sempre.

[as]: In che senso?

[vetri]: Dei ricercatori dell'Università di Southampton sono riusciti a salvare gigabyte di dati in un disco di vetro di silice tramite una tecnica innovativa a 5 dimensioni! Oltre alle solite 3 dimensioni, infatti, hanno sfruttato due "dimensioni ottiche" aggiuntive: la polarizzazione e l'intensità della luce. Le informazioni sono incise attraverso un laser che invia impulsi ogni femtosecondo (un femtosecondo equivale a milionesimo di miliardesimo di secondo) e crea minuscoli fori nel vetro. Nel 2021 con questa tecnica sono riusciti a scrivere (e rileggere!) 6 Gb di dati su un quadrato di vetro da 2,5 cm, ma l'idea è che con questa tecnica si possano scrivere circa 500 terabyte su una superficie come quella dei DVD! Non si tratta solo di un gran risparmio di spazio, ma anche di un supporto che, diversamente da quelli che usiamo oggi, può resistere a temperature di 1000 °C e al passare del tempo, anche per milioni di anni! Certo, per ora il sistema è lento, costoso... ma un domani chissà!

[as]: Sono senza parole! Non credo riuscirete a stupirmi più di così...

[vetri]: E se ti dicessimo che possiamo "aggiustarvi" le ossa?

[as]: Non ci credo...

[vetri]: E invece sì: esistono dei vetri, chiamati vetri "bioattivi", che vengono iniettati nei pazienti affetti, per esempio, da osteoporosi. Non si tratta di pezzi di vetro delle finestre sminuzzati, ovviamente, ma materiali innovativi contenenti nanoparticelle inorganiche in grado di stimolare le cellule che fanno crescere il tessuto osseo e allo stesso tempo di inibire quelle che lo degradano. Alla fine queste nanoparticelle si dissolvono completamente senza lasciare più traccia di sé.

[as]: E io che pensavo i vetri fossero semplici... Non vi guarderò più allo stesso modo!

[vetri]: Ehm, noi speriamo che tu possa sempre guardarci attraverso. Se così non fosse... puliscici!

Si ringrazia per la consulenza Alberto Petri (ISC-CNR).



Stephen Conlin, "Weather Forecasting Factory" (1986)

L'opera raffigura la visione scientifica presentata da Lewis F. Richardson nel pionieristico trattato "Weather Prediction by Numerical Process" (1922). Richardson immaginò che le equazioni dell'atmosfera potessero essere risolte numericamente da uno stuolo di "calcolatori" umani, operanti in parallelo: "Immaginiamo una sala grande quanto un teatro [...]. Una miriade di calcolatori lavora sulle condizioni meteorologiche della regione della mappa in cui ognuno di essi si trova, ma ciascuno si occupa solo di un'equazione o di una parte di un'equazione. Il lavoro di ogni regione è coordinato da un funzionario di rango superiore".

[as] spazi

DarkSchool

di Cecilia Collà-Ruvolo



a.
Un'immagine della prima Masterclass di DarkSide, che si è tenuta nel gennaio 2020 in una classe del Liceo Quadri di Vicenza.

Invisibile all'occhio umano e finora anche ai più sofisticati strumenti scientifici, si pensa che la materia oscura costituisca l'85% della materia dell'universo. Ci sono grandi e piccoli esperimenti in tutto il mondo che tentano di rivelarla e, grazie a Dark, un nuovo progetto dell'INFN che raccoglie le attività di *outreach* sul tema della materia oscura, anche gli studenti e le studentesse delle scuole superiori ora possono saperne di più.

“Coinvolgere i giovani nel mistero della materia oscura e nella sua affascinante scoperta è l'idea che ci ha portati ad avviare il progetto Dark”, racconta Walter Bonivento, ricercatore della sezione INFN di Cagliari e coordinatore nazionale del progetto.

Una delle principali attività del progetto Dark per gli studenti delle scuole superiori e gli studenti universitari (con un livello di approfondimento maggiore) è rappresentata dalle Masterclass di DarkSide, un esperimento internazionale in corso ai Laboratori Nazionali del Gran Sasso dell'INFN.

La Masterclass di DarkSide si svolge in due giornate. La prima è dedicata all'introduzione teorica e allo svolgimento delle esercitazioni. Le studentesse e gli studenti incontrano ricercatori e ricercatrici impegnati ogni giorno in esperimenti alla ricerca della materia oscura e, dopo l'introduzione teorica, accompagnati da tutor, provano in prima persona ad analizzare un set di veri dati di DarkSide, cercando segnali riconducibili alle cosiddette particelle WIMP, possibili candidate per spiegare la materia oscura non barionica. Da quest'analisi elaborano delle relazioni in lingua inglese, che presentano nella seconda giornata, quando le studentesse e gli studenti, assoluti protagonisti, si confrontano tra loro sui risultati ottenuti durante le esercitazioni. “Partecipare alla Masterclass di DarkSide mi ha dato la possibilità di interagire con scienziati e ragazzi di tutta Italia e mi ha proiettato in un mondo affascinante e sconosciuto. Sicuramente mi ha dato quello stimolo che mi mancava per immergermi, con

un'ottica diversa, nel mondo scientifico”, commenta Giusy Russo, studentessa del Liceo Regina Margherita di Salerno. Nate nel 2020, le Masterclass di DarkSide da allora hanno coinvolto più di 800 studenti italiani e, nell'ambito dell'*educational week* del CERN, anche una scuola belga. Le Masterclass si svolgono più volte all'anno e, a causa dell'epidemia da COVID-19, finora sono state prevalentemente online.

“Un aspetto che ritengo stimolante e di grande importanza è la possibilità data agli studenti e alle studentesse delle scuole e delle università italiane ed estere di interagire, imparando a lavorare in gruppo e confrontandosi tra loro e con gli esperti del settore su temi di ricerca affascinanti come quello della materia oscura”, commenta il responsabile delle Masterclass di DarkSide all'interno del progetto Dark, Daniele De Gruttola, professore dell'Università degli Studi di Salerno e associato al gruppo collegato di Salerno dell'INFN.



Diagramma di biforcazione della “mappa logistica”: dall’ordine al caos attraverso la cascata di raddoppiamenti di periodo. Il caos regola i fenomeni atmosferici, le precipitazioni e gli eventi climatici estremi, come le alluvioni o le ondate di siccità. Un filo sottile separa la normalità dalla catastrofe, un arido e sterile deserto da un pianeta lussureggiante ricolmo di vita. Due futuri, una scelta.

vignetta e testo di Alessandro Nagar



Istituto Nazionale di Fisica Nucleare

Per contattare
i laboratori dell'Infn:

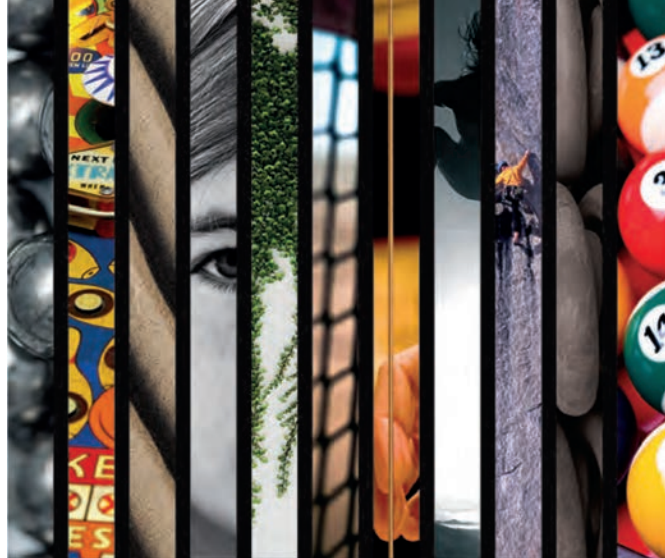
Laboratori Nazionali di Frascati (Lnf)
T + 39 06 94032423
/ 2552 / 2643 / 2942
comedu@lnf.infn.it
www.lnf.infn.it

Laboratori Nazionali del Gran Sasso (Lngs)
T +39 0862 437265/450
visits@lngs.infn.it
www.lngs.infn.it

Laboratori Nazionali di Legnaro (Lnl)
T + 39 049 8068342 356
stage@lnl.infn.it
www.lnl.infn.it

Laboratori Nazionali del Sud (Lns)
T + 39 095 542296
visiteguidate@lists.lns.infn.it
www.lns.infn.it

www.infn.it



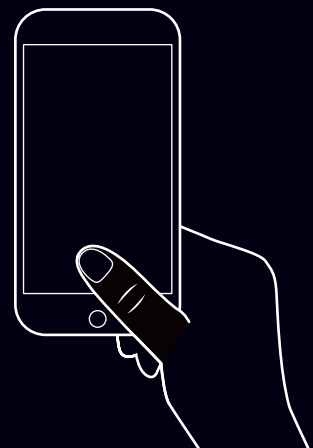
Sul sito **www.asimmetrie.it**
vengono pubblicate periodicamente
notizie di attualità scientifica.

Per **abbonarti gratuitamente** ad Asimmetrie
o per **modificare** il tuo abbonamento vai su:
<http://www.asimmetrie.it/index.php/abbonamento>

Si prega di tenere sempre aggiornato il proprio
indirizzo mail per ricevere le nostre comunicazioni.

Leggi anche le nostre **faq** su:
<http://www.asimmetrie.it/index.php/faq>

Asimmetrie è anche una app,
ricca di nuovi contenuti multimediali.





www.infn.it

rivista online
www.asimmetrie.it